

## НАБЛЮДЕНИЯ БЫСТРОФЛУКТУИРУЮЩИХ ОБЪЕКТОВ

### II. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ НАБЛЮДЕНИЙ

*Г. Н. Алексеев, Г. М. Бескин*

В статье описан комплекс математических методов обработки результатов наблюдений для обнаружения и исследования быстропеременных объектов. В качестве основного метода принят опосредованный Фурье-анализ с применением стягивающихся окон. Рассмотрены вопросы точности и чувствительности метода. Описаны алгоритмы вычислительных программ для ЭВМ М-222.

A complex of observational data processing mathematical methods for detection and investigation of rapidly fluctuating objects is described. An indirect Fourier analysis using constricting windows is adopted as the principal method. The problems of accuracy and sensitivity of the method are considered. Program algorithms for an M-222 computer are described.

В первой статье цикла [1] были рассмотрены аппаратные возможности метода и кратко описаны применяемые вычислительные программы. Практика наших исследований показала, что получение достоверных результатов и эффективная их интерпретация возможны только при более строгом подходе к математической сущности эксперимента. Поэтому вторая статья цикла целиком посвящена этому вопросу.

#### 1. Выбор метода

Задача изучения переменности космических объектов методами высокоскоростной фотометрии с математической точки зрения сводится к анализу временных рядов. В этом случае под временным рядом (стационарным или нестационарным) подразумевается набор показаний регистрирующего устройства  $X_i$  в зависимости от времени. Поскольку каждый отсчет является случайной величиной из-за атмосферных и аппаратных помех, а также в силу статистического характера изучаемых явлений, то их совокупность следует рассматривать как выборочную функцию случайного процесса  $X(t)$ , зависящего от дискретного аргумента. Следует отметить, что применяемые в настоящее время методы исследования временных рядов, как правило, используют предположение об их стационарности [2], поэтому результаты наблюдений иногда необходимо фильтровать с целью устранения трендов.

До недавнего времени одним из основных методов изучения временных рядов в астрофизике был метод автокорреляционных функций [3]. Однако ряд существенных недостатков снижает его ценность, именно: а) соседние значения выборочной автокорреляционной функции сильно скоррелированы, что не дает возможности проводить независимые оценки на различных временах запаздывания; б) в силу свойства а) выборочная автокорреляционная функция часто затухает значительно медленнее, чем теоретическая (рис. 1); в) автокорреляционная функция не имеет наглядного физического смысла. В связи с увеличением быстродействия ЭВМ в последние годы для анализа

временных рядов стал применяться метод Фурье-преобразований [2, 4, 5], в частности и для решения астрофизических задач [6, 7]. Конечным результатом его использования является спектр мощности исследуемого процесса, показывающий распределение дисперсии по частотам. Метод позволяет оценить амплитуду переменности монохроматического сигнала, поступающего на вход приемника, и найти доверительный интервал для этой оценки. Фурье-анализ дает возможность попытаться интерпретировать сложные временные ряды, представляющие собой «смесь» синусоидальных колебаний с несоизмеримыми частотами.

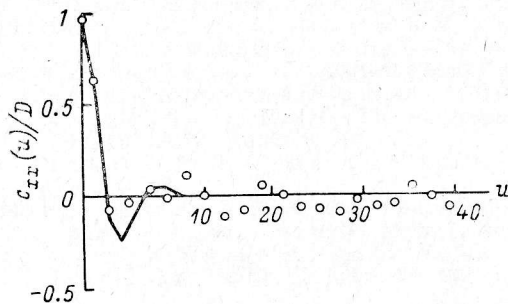


Рис. 1. Сравнение теоретической и выборочной (кружки) автокорреляционной функции одного и того же процесса.

В отличие от автокорреляционной функции оценки спектра мощности на близких частотах мало скоррелированы.

Перечисленные достоинства и определили в конце концов выбор метода Фурье-преобразований как основного при обработке результатов наблюдений.

## 2. Модификация метода Фурье

Так как исследуемые временные ряды имеют случайную природу, т. е. характеризуются случайными изменениями амплитуды, частоты и фазы, то для их изучения обычный Фурье-метод, применяющийся для анализа детерминированных сигналов, должен быть модифицирован [2].

Выборочная оценка спектра мощности  $C_{xx}(f)$  случайного сигнала  $x(t)$  получается Фурье-преобразованием его выборочной автоковариационной функции  $c_{xx}(u)$  (для получения нормированного спектра мощности, т. е. спектра, выраженного в долях дисперсии, преобразовывается автокорреляционная функция). Полученная оценка не является состоятельной, т. е. ее дисперсия не зависит от длины выборки  $T$  (рис. 2). Для получения более устойчивой оценки спектра мощности, его сглаживают путем умножения автоковариационной функции на так называемое «корреляционное окно» — плавную функцию запаздывания  $w(u)$ . Эта функция обладает следующими свойствами:

$$\begin{aligned} w(0) &= 1, \\ w(u) &= w(-u), \\ w(u) &= 0 \text{ при } |u| \geq M, \quad M < T. \end{aligned} \quad (1)$$

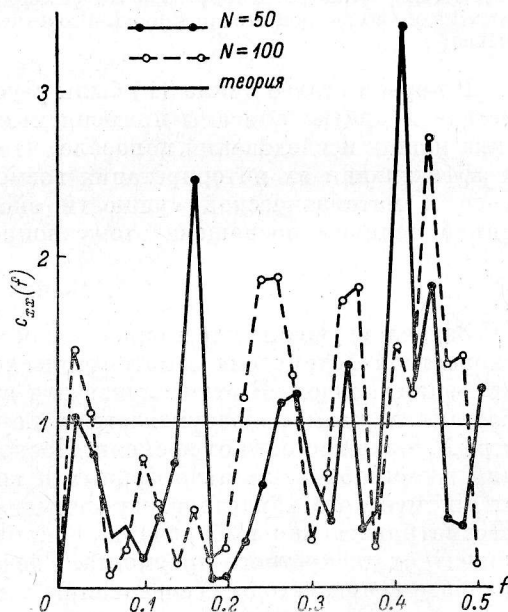


Рис. 2. Теоретический и выборочные спектры мощности белого шума ( $N$  — объем выборки) (согласно [2]).

Как известно, операция умножения во временной области соответствует свертке в области частотной, т. е. введение корреляционного окна  $w(u)$

соответствует как бы «просматриванию» спектра через спектральное окно  $W(f)$  — преобразование Фурье от  $w(u)$ . Сглаживающие свойства окна определяются величиной  $I = \int_{-\infty}^{\infty} w(u) du = \beta M$ , где  $M$  — интервал зануления, а  $\beta = 0.539 \div 2$  для применяемых на практике окон. При введении корреляционного окна дисперсия оценки спектра уменьшается в  $T/I$  раз, т. е.

$$D_{\text{срл}} = (I/T) D = (\beta M/T) D, \quad (2)$$

где  $D$  — дисперсия несглаженной оценки, являющаяся для данной выборки наблюдений постоянной величиной.

Однако уменьшение дисперсии не проходит безболезненно. Использование сглаживания приводит к смещению оценки спектра на величину

$$B(f) = E[\bar{C}_{xx}(f)] - \Gamma_{xx}(f), \quad (3)$$

где  $E[\bar{C}_{xx}(f)]$  — математическое ожидание сглаженной оценки спектра  $\bar{C}_{xx}(f)$ ;  $\Gamma_{xx}(f)$  — истинное значение спектра. Оценка показывает [2], что для корреляционных окон разного типа

$$B(f) \sim (1/M \div 1/M^2) \Gamma_{xx}'(f), \quad (4)$$

где  $\Gamma_{xx}'(f)$  — вторая производная от истинного спектра по частоте, т. е. смещение тем больше по абсолютной величине, чем глубже впадина или чем выше пик, и достаточно быстро убывает с ростом  $M$ . Чаще всего применяются следующие окна:

$$\text{Парзена } w_p(u) = \begin{cases} 1 - 6(u/M)^2 + 6(|u|/M)^3, & |u| \leq M/2, \\ 2(1 - |u|/M)^2, & M/2 < |u| \leq M, \\ 0, & |u| > M; \end{cases} \quad (5)$$

$$\text{Тьюки } w_T(u) = \begin{cases} [1 + \cos(\pi u/M)]/2, & |u| \leq M, \\ 0, & |u| > M. \end{cases} \quad (6)$$

Разрешение метода по частоте характеризуется шириной полосы частот окна

$$b = 1/I = 1/\beta M. \quad (7)$$

Величина  $b$  определяет ширину окна в спектральной области и равна ширине прямоугольного окна, т. е. окна, имеющего во временной области прямоугольную форму, приводящего к той же дисперсии оценки спектра. Действие окна на спектр можно представить себе как «размазывание» спектра, попадающего в его контур при сворачивании. Отсюда понятно, что для того чтобы в спектре разрешился некий пик, ширина полосы частот должна быть не больше ширины этого пика.

Нашей задачей является получение оценки спектра при выполнении следующих требований: минимум дисперсии, минимум ширины полосы частот (максимальное разрешение), минимум смещения. Последнее требование можно снять, так как, получив оценку спектра, смещение можно оценить по (4) и внести поправку. Первые два требования одновременно удовлетворить нельзя, что хорошо видно после сравнения (2) и (7):

$$D_{\text{срл}} b = D/T = \text{const.} \quad (8)$$

Остается искать компромиссное решение. Им является применение метода стягивания окна [8—10]. Изложим вкратце суть метода.

Задаваясь окном определенной формы (на наш взгляд наиболее приемлемым является окно Парзена — его применение исключает появление в спектре ложных пиков ввиду весьма гладкой формы окна во временной области), последовательно получаем набор оценок спектра, изменяя величину интервала зануления  $M$  от минимального значения до  $T$ . Для каждой последующей оценки дисперсия будет возрастать, а ширина полосы частот спектрального

окна уменьшаться. Выбор шага изменения, минимального и максимального значений  $M$  производится на основании априорных сведений об изучаемом процессе. Если мы ждем обнаружения четкого периода,  $M$  следует увеличить до предела, если же нас интересует общая картина спектра мощности,  $M$  можно оставить достаточно малым. Вообще говоря, способ стягивания окна необходимо задавать в каждом конкретном случае особо. В последующих статьях цикла будет показано применение метода для исследования переменности конкретных объектов.

Как уже отмечалось, описываемые методы анализа применимы только для стационарных временных рядов. Для того чтобы исследуемый процесс удовлетворял условию стационарности, обычно используются всякого рода низкочастотные фильтры, устраняющие тренды [2].

Этой цели служит применяемый у нас фильтр первых разностей. При его реализации исходный массив  $x_i$  заменяется следующим:

$$x'_i = x_i - x_{i-1}. \quad (9)$$

Легко показать, что процессу  $x'_i$  соответствует автоковариационная функция

$$c'_{xx}(u) = [2c_{xx}(u) - c_{xx}(u-1) - c_{xx}(u+1)]/[2c_{xx}(0) - 2c_{xx}(1)], \quad (10)$$

где

$$c_{xx}(u) = (1/N) \sum_{i=0}^N (x_i - \mu)(x_{i+u} - \mu) \quad (10')$$

оценка автоковариационной функции исходного массива. Применяя вместо  $c_{xx}(u)$  оценку  $c'_{xx}(u)$ , мы экономим при фильтрации половину машинного времени по сравнению с применением фильтра к исходному массиву.

Надо отметить полезное свойство быстрого преобразования Фурье. Если для действительной, четной функции  $x(t)$  Фурье-образ:

$$X(f) = \text{Re} \{ \tilde{F}[x(t)] \}, \quad (\text{Im} \{ \tilde{F}[x(t)] \} = 0) \quad (11)$$

(здесь  $0 < f < f_{\max}$ ,  $0 < t < t_{\max}$ )  
и для такой же функции  $y(t)$ :

$$Y(f) = \text{Re} \{ \tilde{F}[y(t)] \}, \quad (\text{Im} \{ \tilde{F}[y(t)] \} = 0),$$

то для комплексной функции  $z(t) = x(t) + iy(t)$ :

$$Z(f) = \tilde{F}[z(t)].$$

Тогда

$$X(f) = (1/2) \{ \text{Re} [Z(f)] + \text{Re} [Z(f_{\max} - f)] \} \quad (12)$$

и

$$Y(f) = (1/2) \{ \text{Im} [Z(f)] + \text{Im} [Z(f_{\max} - f)] \}.$$

Таким образом, Фурье-преобразование можно выполнять для двух действительных реализаций одновременно.

Перед тем, как перейти к описанию комплекса алгоритмов и программ, реализующего вышеизложенный подход, остановимся на оценке доверительного интервала для спектра мощности. Можно показать [2] при некоторых упрощающих предположениях, что величина  $\sqrt{C_{xx}(f)}/\Gamma_{xx}(f)$  подчиняется  $\chi^2$ -распределению с  $\nu$  степенями свободы, где

$$\nu = 2T/I. \quad (13)$$

Тогда, задавшись уровнем доверия  $1 - \alpha$ , получаем доверительные границы для  $\Gamma_{xx}(f)$ :

$$[\sqrt{C_{xx}(f)}/\chi_{\nu}[1 - \alpha/2], \sqrt{C_{xx}(f)}/\chi_{\nu}[\alpha/2]], \quad (14)$$

где значения квантилей  $\chi_{\nu}[1 - \alpha/2]$  и  $\chi_{\nu}[\alpha/2]$  можно найти из таблиц распределения  $\chi^2$ . Следует отметить, что вышеописанным способом можно

получить оценку лишь на одной частоте. Совместное задание доверительных интервалов на  $n$  частотах понижает уровень доверия до  $(1-\alpha)^n$ .

### 3. Структура комплекса алгоритмов и программ

Комплекс алгоритмов ориентирован в основном на обнаружение и предварительный анализ быстрых процессов изменения блеска.

Схема процесса обработки наблюдательного массива показана на рис. 3. При отсутствии сбоев по фазе в массиве (см. ниже) анализ проводится «коротким» методом с помощью разложения по ортогональной системе функций Уолша [11]. Таким способом можно обнаружить колебания, не тратя много

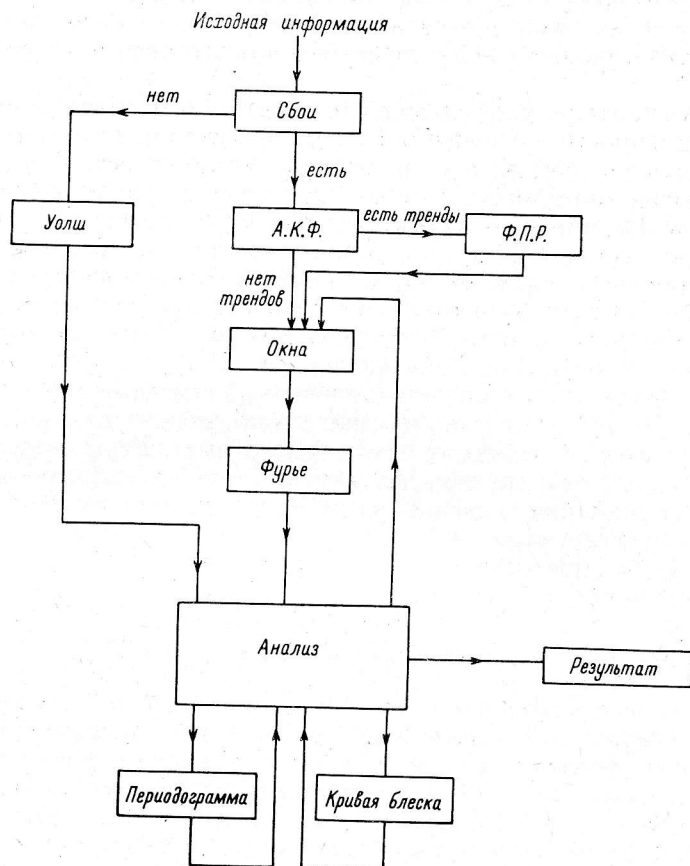


Рис. 3. Структура комплекса алгоритмов и программ.

машинного времени, но трудно воссоздать точную физическую картину явления. Поэтому преобразование Уолша применяется у нас для самого предварительного анализа. Если же в массиве ожидаются сбои по фазе или ошибки аппаратуры, то применяется метод опосредованного Фурье-анализа.

Вычисления автокорреляционной функции производятся от  $u=0$  до  $u=N/2$ , если  $N \leq 3584$ , и до  $u=2048$ , если  $N > 3584$ . Выводится график автокорреляционной функции, по которому экспериментатор может судить о наличии низкочастотных трендов. Если они есть, то процесс пропускается через фильтр «первых разностей» (10). Результат его работы состоит в подавлении низкочастотных составляющих во временном спектре. Полученная автокорреляционная функция умножается на временное окно необходимой

формы и определенной ширины. Обычно обработка начинается с узкого временного окна, ему соответствует широкое окно в спектральной области. Прямоугольное окно ввиду его побочных эффектов не применяется. Чаще всего используется окно Парзена (5). Оно дает минимальную дисперсию и приводит к большим смещениям.

Полученные массивы подвергаются быстрому Фурье-преобразованию по алгоритму Кули—Тьюки [12]. Результат в виде графика частотного спектра мощности флуктуаций печатается на бумажной ленте.

Далее происходит самый ответственный этап — анализ промежуточных результатов. Экспериментатор должен выбрать вариант продолжения обработки. Прежде всего проверяется наличие пиков на спектре мощности. За пик (в отличие от деталей непрерывного спектра) будем принимать то место, где спектр превышает верхний доверительный интервал по крайней мере в  $b/\delta$  точках, где  $b$  — разрешающая способность;  $\delta$  — шаг по частоте. Тогда можно говорить о наличии периодической составляющей в процессе изменения блеска.

Если полученные результаты свидетельствуют о наличии периодической составляющей в процессе изменения блеска, то имеет смысл перейти к подробному анализу периодической компоненты. Для этого реализованы два метода: периодограммный анализ (метод Юркевича [6]) и метод усредненной кривой блеска. Первый метод применяется для установления точного значения периода. Второй метод применим при известном точном значении периода.

Если же промежуточные результаты не показывают наличие периодической компоненты, то необходимо повторить спектральный анализ с более широким временным окном. Этому соответствует лучшая разрешающая способность анализа, но большая дисперсия.

На каком-то этапе дальнейшее стягивание окна может оказаться нерациональным. Тогда, если уже намечилась периодическая составляющая, она анализируется описанными выше способами. Если анализ показал наличие непрерывного спектра флуктуаций, то необходимо продолжить накопление информации с целью увеличения достоверности и улучшения разрешающей способности.

В качестве окончательного результата получается спектр мощности, периодограмма или усредненная кривая блеска.

#### 4. Программная реализация

Весь набор вычислительных программ обслуживается программой «Резидент». В ее функции входит: прием наблюдательной информации с телескопа в режиме с разделением времени; вызов и загрузка очередной вычислительной программы из внешнего запоминающего устройства (магнитный барабан — МБ) в оперативную память машины; загрузка обрабатываемого массива в оперативную память; запись результатов счета на магнитной ленте; осуществление службы времени в процессе наблюдений; ведение журналов наблюдений, журналов результатов, журналов программ.

Программа накопления основана на свойствах системы прерывания ЭВМ М-222. Прием кода от счетчика происходит в режиме одиночного обмена по запросу от прибора. На время приема кода прекращаются текущие вычисления и вывод результатов. Не прерывается только обмен с магнитной лентой и с магнитным барабаном.

Обмен с лентой может занимать от 0.5 до 3 сек. Пришедшие за это время прерывания накладываются и будут обработаны ЭВМ как одно. В исходном массиве появится пропуск кода — сбой по фазе. Такие сбои не изменяют существенно результатов опосредованного Фурье-анализа, но делают невозможным прямой Фурье-анализ и преобразование Уолша. Этот факт должен быть учтен при выборе метода анализа. Все необходимые данные о накопленном массиве (объем, адрес, режим накопления, название объекта) программа «Резидент» заносит в журнал наблюдений на МБ и переписывает

накопленные массивы на магнитную ленту. Все директивы как от экспериментатора к ЭВМ, так и обратно отдаются посредством электропечатающей машинки (ЭПМ).

*Программа вычислений автокорреляционной функции.* Существует два варианта программной реализации вычислительного алгоритма. Первый вариант (программа на языке «Макро») работает с массивами длиной от 2 до 3584 чисел. Время счета полного массива 10 мин. Второй вариант программы (на языке «АЛГОЛ-60») может работать с массивами объемом до 61 000 чисел. Время счета для массива объемом 10 000 чисел 2 часа. Обе программы реализуют выражение (10'). Результаты счета записываются программой «Резидент» на магнитной ленте. Информация о массиве результата заносится в журнал результатов. В обоих методах имеется возможность обрабатывать информацию с перфокарт или перфолент. Таким образом, весь процесс статистического анализа легко доступен для применения в других экспериментах: цифровая обработка спектрограмм, наблюдения релятивистских объектов и пр.

По директиве экспериментатора результат может быть распечатан, отперфорирован или выведен на график.

Вычисление автокорреляционной функции процесса, пропущенного через фильтр первых разностей, проводится по формуле (10). Время вычислений для массива объемом до 1792 чисел — 0.5 сек. Результат хранится на магнитной ленте.

*Программы построения временных окон.* Реализуются три варианта временных окон: окно Парзена (5), окно Тьюки (6) и прямоугольное окно. Программы написаны на языке «Макро». Все окна могут менять ширину от  $N/32$  до  $N$  (максимальный сдвиг у автокорреляционной функции). Выбор типа и ширины окна осуществляется экспериментатором. Соответствующие текстовые директивы отдаются программе «Резидент» через ЭПМ.

*Программы Фурье-преобразования.* В качестве основы взят алгоритм Кули—Тьюки [12]. Первоначальная программа написана и отлажена на языке «АЛГОЛ-60» сотрудником Университета дружбы народов В. Н. Мансуровым. Впоследствии программа была дополнена внешними блоками и переписана на языке «Макро». Первый вариант реализует преобразования для одного массива (11). Мнимая часть результата при этом равна нулю. Это является средством контроля за работой программы. Спектр мощности выводится на график. Второй вариант работает с двумя входными массивами, используя свойство (12). Обе программы сами добавляют нулями любой входной массив до ближайшей степени двойки и зеркально отображают его в соответствующую область внешней памяти. Получается четный массив удвоенной длины, который и подвергается преобразованию. Оба результата выводятся на один график разными символами. Время счета для массивов объемом до 4096 чисел — 25 мин.

*Программы преобразования Уолша.* Весь процесс преобразования распадается на два этапа: генерация строки матрицы Адамара и свертка с нею исходного массива. Программы не содержат ни одной команды умножения и деления, поэтому работают относительно быстро. При таком преобразовании не теряется информация о фазовых характеристиках процесса, но она очень чувствительна к сбоям во входном массиве.

*Периодограммный анализ.* Программа работает следующим образом: исходный массив разбивается на отрезки, равные пробному периоду  $P$ . Отрезки накладываются друг на друга с совмещением начал. Вычисляются средние значения на каждой из 10 фаз пробного периода. Таким образом, получается усредненная кривая блеска для данного  $P$ . Вычисляются отклонения от средней кривой блеска каждого из отрезков разбиения. Среднее значение отклонений  $\varphi(P)$  есть мера случайности процесса. Все вычисления повторяются при других пробных периодах. Значение  $P$ , при котором  $\varphi(P)$  минимально, соответствует периоду с минимальным разбросом точек относительно средней кривой блеска. Программа написана на языке «АЛГОЛ-60».

Время счета для массива объемом до 3584 чисел — 2 сек. на одно значение пробного периода. Программа вычисления усредненной кривой блеска является частным случаем описанной программы.

### 5. Анализ спектра мощности

Конечным продуктом работы комплекса алгоритмов и программ являются спектры мощности изучаемого объекта (ИО) и звезды сравнения (ЗС). Теперь-то и начинается самый сложный этап исследования — интерпретация полученных результатов. Формально эта стадия сводится к выдвижению неких гипотез, отражающих особенности спектра мощности ИО, и их отвержению с определенным, наперед заданным уровнем значимости. Ясно, что в таком статистическом анализе большую роль должна играть априорная информация о физических особенностях ИО, следовательно, содержание формулируемых гипотез «привязывается» к конкретному спектру конкретного объекта. Однако гипотеза о совпадении спектров мощности ИО и ЗС должна анализироваться всегда, так как только ее отвержение позволяет говорить об интересности ИО. В этом случае статистикой выберем

$$H(f) = C_0(f) - C_3(f), \quad (15)$$

где  $C_0(f)$  и  $C_3(f)$  — оценки спектра мощности ИО и ЗС соответственно.

Нулевая гипотеза — обращение  $H(f)$  в нуль отвергается при выполнении условия

$$H(f) > \sqrt{D'_0 + D'_3} \quad (16)$$

или

$$H(f) < -\sqrt{D''_0 + D''_3},$$

где  $D'_0$  и  $D'_3$  — квадраты значений верхних доверительных границ для оценок значений спектров ИО и ЗС из (14),  $D''_0$  и  $D''_3$  — то же самое для нижних доверительных границ. Уровень значимости отвержения нулевой гипотезы совпадает с уровнем доверия для доверительных границ (14). Очевидно, что при проверке гипотезы о несовпадении спектров на нескольких частотах уровень значимости понижается в соответствии со сказанным в конце п. 2.

После того, как отвергнута гипотеза о совпадении двух спектров, можно оценить амплитуды отдельных составляющих спектра ( $A$ ). Так как при вычислении Фурье-преобразования использовались корреляционные функции, нормированные на дисперсию ( $D$ ), то значения спектра на данной частоте необходимо умножить на  $D$ , вернее на  $2D$  (см. [2]). Полученные величины имеют размерность мощности. Амплитудные характеристики процесса получают при извлечении из них квадратного корня.

Таким образом,

$$A_i = \sqrt{2\bar{C}_{xx}(f_i) D}. \quad (17)$$

Доверительный интервал для амплитуд легко находится из (14):

$$\left[ \sqrt{2\gamma DC_{xx}(f_i)/\alpha, [1 - \alpha/2]}, \sqrt{2\gamma DC_{xx}(f_i)/\alpha, [\alpha/2]} \right]. \quad (18)$$

Из-за применения окон амплитуды пиков на спектре не соответствуют истинным. Однако при обработке одной выборки с использованием двух окон с разными интервалами зануления  $M_1$  и  $M_2$  можно по двум спектрам определить истинную амплитуду спектра. При использовании (5) из (4) следует, что смещение определяется формулой

$$B(f) = (0.16/M^2) \Gamma''_{xx}(f). \quad (19)$$

Для двух окон ( $M_1 = N/2$ ,  $M_2 = N/4$ ) по формуле (3):

$$B_2(f)/B_1(f) = M_2^2/M_1^2 = (E_2 - A^2)/(E_1 - A^2), \quad (20)$$



где  $A$  — амплитуда пика у истинного спектра,  $E_1, E_2$  — математические ожидания сглаженных оценок спектра.

Из эксперимента можно получить оценки  $E_1, E_2$ , тогда, зная  $M_1$  и  $M_2$ , имеем

$$A^2 = (M_2^2 E_1 - M_1^2 E_2) / (M_2^2 - M_1^2). \quad (21)$$

Таким образом можно оценивать истинные амплитуды деталей спектра по результатам двух просчетов спектра при двух различных окнах.

Значение частоты  $i$ -й точки спектра можно определить, зная шаг по частоте  $\delta$ :

$$f_i = i\delta, \quad (22)$$

где

$$\delta = 1/2\Delta N, \quad (23)$$

$\Delta$  — шаг по времени,  $N$  — число точек автокорреляционной функции.

Максимальная частота при анализе временного ряда с временным шагом  $\Delta$ :

$$f_{\max} = 1/2\Delta. \quad (24)$$

Ошибка определения частоты соответствующих деталей спектра зависит, очевидно, только от ширины спектрального окна:

$$\varepsilon_f = b/2. \quad (25)$$

## 6. Тестирование программ

Большое внимание при создании вычислительных программ было уделено их тестированию. Программы вычисления автокорреляционной функции, окон, преобразования Уолша и Фурье-преобразования были проверены ручными вычислениями. Программы периодограммного анализа проверялись специальными тестами.

Использовались также комплексные тесты. Один из них представляет собой смесь двух косинусов:  $2\cos(i\pi/8) + 4\cos(i\pi/2)$ . Его можно использовать для проверки работы всех программ. Вид

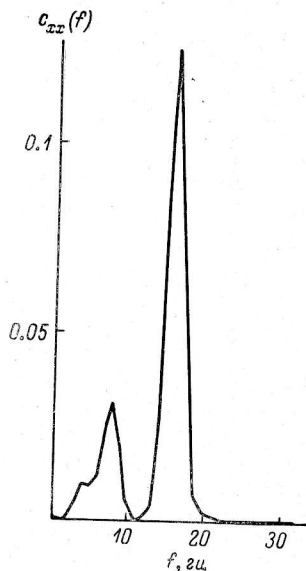


Рис. 4. Спектр мощности тестового процесса.

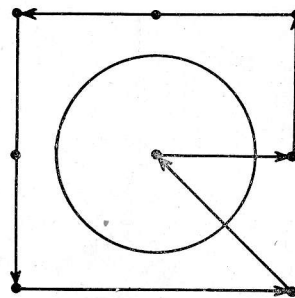


Рис. 5. Схема сканирования Криволинейной туманности.

спектра мощности такого процесса показан на рис. 4. Применялось окно Парзена с  $M=N/2$ . Разрешающая способность  $b=3.7\delta$ .

Второй комплексный тест кроме программ проверяет работу аппаратуры. В нем используется имитирование изучаемых процессов с помощью светодиода. На таком тесте хорошо проверять работу окон и фильтра первых разностей.

Для тестирования всего метода были проведены наблюдения пульсара в Крабовидной туманности (NP 0532). Так как визуально объект не обнаружим ( $16^m5$ ), то применялась методика сканирования участка неба по двум координатам. Применялась диафрагма диаметром  $28''$ , которая сдвигалась

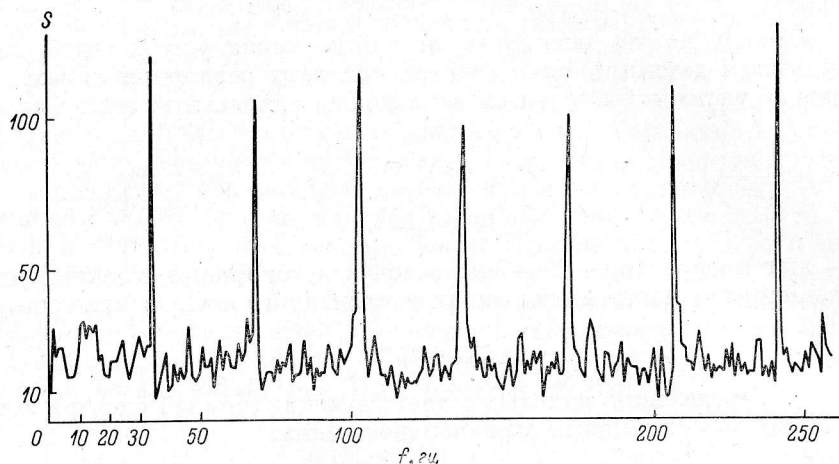


Рис. 6. Спектр мощности оптического излучения пульсара NP 0532.

приблизительно на  $20''$ , как изображено на рис. 5. Всего зарегистрировано 12 зон (центральная повторялась четыре раза), в каждой из которых за 8 сек. накапливалось по 4000 точек. При экспозиции частотомера 0.001 сек. и мертвом времени между экспозициями 0.001 сек. временной шаг равен 2 мсек. За время экспозиции подсчитывалось около 20 фотоимпульсов. Во вспыш-

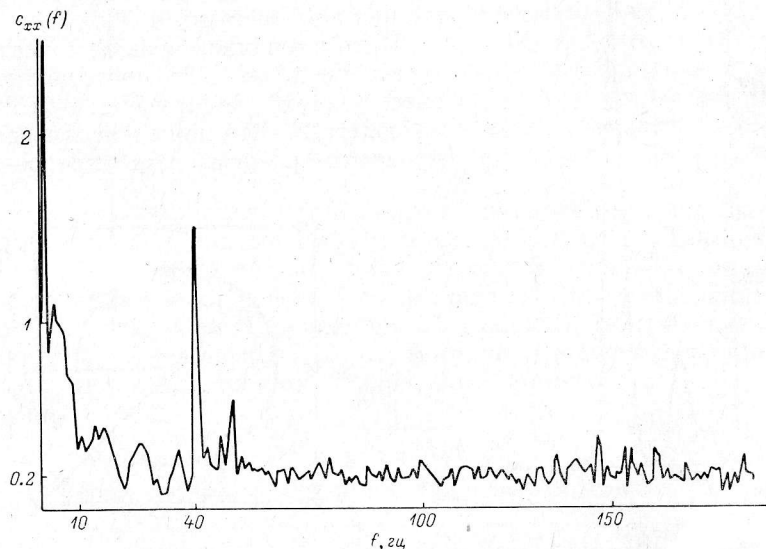


Рис. 7. Спектр мощности имитатора.

ках содержалось 10% всех фотоимпульсов. Вид спектра мощности колебаний приведен на рис. 6.

Для тестирования наблюдений в ту же ночь была проведена регистрация света имитатора (светодиод), который калибровался по току с точностью 0.1%. Ток имитатора модулировался с частотой 40 гц с амплитудами 0.5—100%. Спектр мощности сигнала имитатора, полученный по ряду отсчетов общей длительностью 8 сек. с временным разрешением 2 мсек. при глубине

модуляции 0.5% приведен на рис. 7. Низкочастотные составляющие обусловлены нестабильностью источника и светодиода. Пик на 50 гц соответствует наводкам от сети. Основной пик расположен на частоте 40 гц и имеет ширину 3 гц.

### Заключение

Подводя итоги, следует отметить, что использование анализа Фурье в фотометрии позволяет получать информацию двух типов.

1. Изучение спектра мощности, его вида дает возможность делать непосредственные выводы о наличии или отсутствии у объекта периодических изменений яркости.

2. В случае отсутствия в спектре мощности пиков он может использоваться для начальной идентификации статистической модели процесса.

При наличии информации типа 1 дальнейшая процедура исследования блеска сводится к чисто физической интерпретации данных. Остановимся более подробно на случае 2. Здесь на наш взгляд спектр мощности может быть использован в качестве начального этапа для построения параметрической статистической модели процессов, ответственных за переменность блеска объекта. Такая модель может выявить и физические закономерности, лежащие в основе изменений яркости объекта.

Этот путь — от получения спектра мощности к построению параметрической модели, по нашему мнению, является наиболее перспективным способом анализа рядов фотометрических наблюдений, когда отсутствует явно выраженная периодичность.

Авторы считают приятным долгом поблагодарить В. Н. Мансурова и В. Ф. Шварцмана за всестороннюю помощь при выполнении этой работы.

### Литература

1. Алексеев Г. Н., Штоль В. Г. Наблюдения быстрофлуктуирующих объектов. I. Методика и аппаратура. — *Астрофиз. исслед. (изв. САО)*, 1975, 7, с. 148—155.
2. Дженкинс Г., Ваттс Д. Спектральный анализ. [Пер. с англ.], вып. 1, М., «Мир», 1974, 600 с.
3. Лукацкая Ф. И. Статистическое исследование блеска неправильных и полуправильных звезд. Киев, «Наукова думка», 1969. 152 с.
4. Бартлетт П. С. Введение в теорию случайных процессов. [Пер. с англ.] М., ИЛ, 1958.
5. Blackman R. B., Tukey J. W. *The Measurement of Power Spectra from the Point of View of Communications Engineering*. New York, 1958.
6. Robinson E., Warner B. Observations of rapid blue variables. VI. Scorpii X-1. — *Mon. Not. Astron. Soc.*, 1972, 157, No. 1, p. 85—96.
7. Warner B., Robinson E. Non-radial pulsations in white dwarf stars. — *Nature Phys. Sci.*, 1972, 88, No. 239, p. 2—7.
8. Jenkins G. M. General considerations in the analysis of spectra. — *Technometrics*, 1961, 3, p. 167.
9. Jenkins G. M. An example of the estimation of a linear open loop transfer function. — *Technometrics*, 1963, 5, p. 227.
10. Jenkins G. M. A survey of spectral analysis. — *App. Statistics*, 1965, 14, p. 2.
11. Блечмен Н. М. Сопоставление преобразований Фурье и Уолша. — *Труды Ин-та инженеров по электронике и радиоэлектронике*, 1974, 62, № 3, с. 72—83.
12. Jurkevich I. A method of Computing periods of cyclic phenomena. — *Astrophys. Space Sci.*, 1971, 13, No. 1, p. 154—167.

Декабрь 1974 г.