

## ИМПУЛЬСНЫЙ МЕТОД СИНТЕЗА ШИРОКОЙ ПОЛОСЫ В РАДИОИНТЕРФЕРОМЕТРЕ СО СВЕРХДЛИННОЙ БАЗОЙ

*В. М. Городецкий*

Предлагается метод синтезирования широкой полосы в радиоинтерферометре со сверхдлинной базой с помощью заданной гетеродинной функцией времени. При этом достигается сжатие полосы в заданное число раз и получаемый синтезированный отклик имеет форму, определяемую этой функцией. Проводится сравнение известных методов синтеза широкой полосы.

The method for the VLBI wide band synthesis by the given heterodyne time function is proposed. The narrowing of the band is achieved and the obtained synthesized response has the form defined by this function. A comparison of the known methods for wide band synthesis is made.

1. Радиоинтерферометр со сверхдлинной базой (РСДБ) в настоящее время является наиболее перспективным прибором в радиоастрометрии. Наиболее просто использовать для угломерных измерений измерение групповой задержки  $\tau_g$ , которая равна разности времени распространения радиоволн от источника до антенн РСДБ. Ошибка измерения обратно пропорциональна эффективной полосе пропускания приемников и отношению сигнал/шум системы. Поскольку ширина полосы пропускания в РСДБ ограничивается регистрирующей техникой — магнитофонами, то в практике наблюдений используется метод синтеза широкой полосы. До сих пор основным методом является метод, предложенный в работе [1]. Согласно этому методу прием сигнала ведется в нескольких узких полосах шириной  $\Delta f$ , расположенных в пределах синтезируемой полосы  $\Delta F$ . Имеются схемы приемных устройств РСДБ как с параллельным [2], так и с последовательным синтезом [1]. В обоих методах необходимо иметь устройства фазовой калибровки системы [3], а для последовательного синтеза следить за стабильностью фазы при переключении гетеродина.

В работе [4] был рассмотрен метод стробирования входного сигнала РСДБ импульсами малой длительности  $\tau = 1/(2\Delta F)$ , который также позволяет измерять задержку  $\tau_g$  с точностью порядка  $1/\Delta F$ , но дает проигрыш в отношении сигнал/шум по сравнению с перечисленными методами.

В работе [5] был предложен способ синтеза, который использует многократное «свертывание» полосы принимаемого сигнала. Этот метод позволяет получить отклик интерферометра с малым уровнем боковых лепестков, что резко уменьшает аномальные ошибки по сравнению с обычными методами синтеза и, следовательно, позволяет наблюдать более слабые источники. Кроме того, упрощается контроль за фазовой стабильностью в системе.

Блок-схема оборудования РСДБ с различными методами синтеза представлена на рис. 1.

2. В настоящей статье предлагается еще один способ получения узкого корреляционного отклика, соответствующего широкой входной полосе приемника при узкой полосе сигнала регистрации, который является более общим, чем описанный в работах [4, 5]. Блок-схема аппаратуры одного пункта радиоинтерферометра представлена на рис. 2.

Частота сверхвысокочастотного (СВЧ) гетеродинного сигнала  $f_0$  выбирается в середине полосы пропускания приемника, которая определяется полосой пропускания входного усилителя высокой частоты, т. е. производится двухполосный прием. Спектр сигнала переносится в область видеочастот  $0-\Delta F$ , где  $\Delta F$  — частота среза первого фильтра видеочастоты.

Формирователь импульсной гетеродинной функции создает некоторую периодическую с периодом  $T$  функцию  $G(t)$ , которая умножается на видеосигнал перемножителем. Полученный сигнал проходит через выходной фильтр видео-

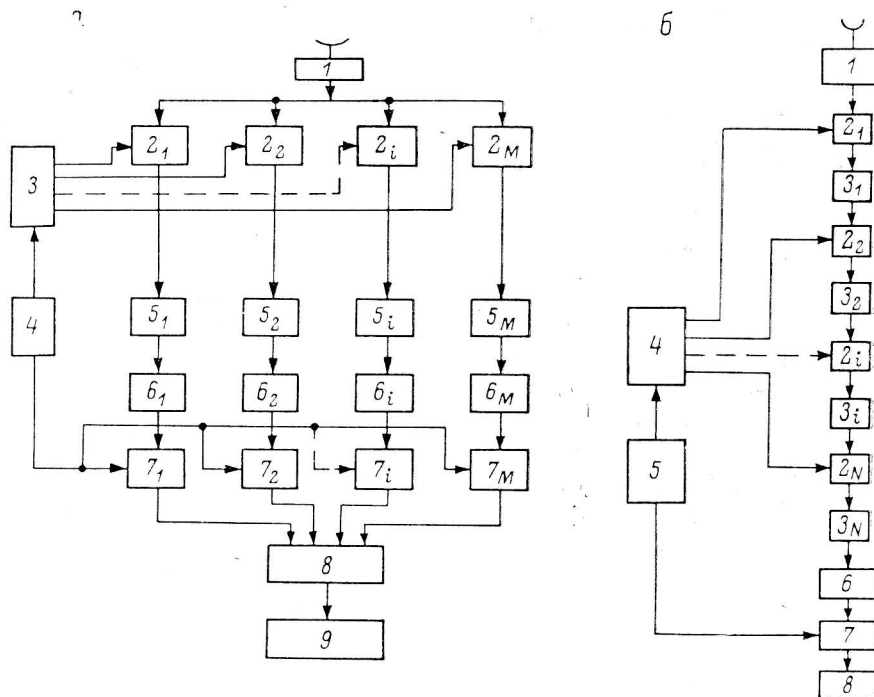


Рис. 1.

*a* — блок-схема оборудования РСДБ с параллельным синтезом: 1 — усилитель высокой частоты,  $2_i$  — смеситель  $i$ -го канала, 3 — блок гетеродинов, 4 — стандарт частоты,  $5_i$  — фильтры видеочастоты,  $6_i$  — ограничитель по нулевому уровню,  $7_i$  — устройство временного квантования, 8 — коммутатор каналов, 9 — магнитофон;

*b* — блок-схема оборудования РСДБ с синтезом широкой полосы методом «свертывания»: 1 — усилитель высокой частоты,  $2_i$  —  $i$ -й смеситель,  $3_i$  —  $i$ -й фильтр видеочастоты, 4 — блок гетеродинов, 5 — стандарт частоты, 6 — ограничитель по нулевому уровню, 7 — устройство временного квантования, 8 — магнитофон.

частоты с полосой частот  $0-\Delta f$ , которая соответствует полосе частот регистрирующего устройства. Далее, как и в обычном РСДБ: ограничение по нулевому уровню, временное квантование и запись на магнитную ленту. Схема преобразования входного сигнала к видеополосе при данном методе синтеза существенно упрощается. Отсутствуют  $N$  смесителей,  $N$  фильтров, схема фазировки гетеродинных сигналов и схема фазового контроля.

3. Найдем отклик РСДБ, построенного по предлагаемой схеме.

Предположим, что  $G(t)$  — четная функция, тогда, разлагая ее в ряд Фурье по косинусам, можно написать

$$G(t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\Omega t, \quad (1)$$

где

$$a_n = \frac{2}{\pi} \int_{-\pi/n}^{\pi/n} G(t) \cos n\Omega t dt \quad (2)$$

и  $\Omega=2\pi/T$  — низшая круговая частота в спектре функции  $G(t)$ . С другой стороны, спектр функции  $G(t)$  определяется интегралом Фурье

$$G(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} G(t) e^{-i\omega t} dt. \quad (3)$$

Подставляя в (3) выражение (1), получим

$$G(\omega) = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} a_n [\delta(\omega - n\Omega) + \delta(\omega + n\Omega)], \quad (4)$$

где  $\delta(x)$  —  $\delta$ -функция Дирака.

Рассмотрим прохождение сигнала от входа приемника до ограничителя по нулевому уровню (рис. 2). При прохождении сигнала через усилители или

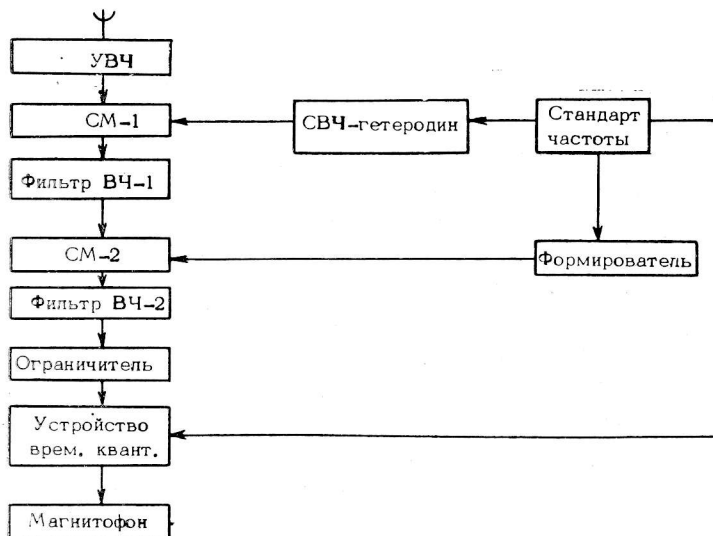


Рис. 2. Блок-схема оборудования РСДБ с синтезом широкой полосы с помощью гетеродинной функции  $G(t)$ .

фильтры спектр входного сигнала умножается на их соответствующие спектральные характеристики, а при прохождении через смесительные устройства спектр на выходе смесителя определяется сверткой спектров входного сигнала и спектральной функции смесителя.

Если на входе приемника имеется сигнал  $X(t)$ , то его спектр

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} X(t) e^{-i\omega t} dt. \quad (5)$$

Спектр СВЧ-гетеродина имеет вид

$$g_0(\omega) = \frac{1}{2} [e^{+i\varphi_0} \delta(\omega - \omega_0) + e^{-i\varphi_0} \delta(\omega + \omega_0)], \quad (6)$$

соответствующий косинусоидальной функции

$$g_0(t) = \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (7)$$

где  $\omega_0=2\pi f_0$ ;  $\varphi_0$  — начальная фаза. Далее, если предположить, что амплитудно-частотные характеристики фильтров имеют «квази»прямоугольную форму, то частотные характеристики фильтров можно представить в виде

$$F_j(\omega) = K_j e^{i\psi_j(\omega)}, \quad j=1, 2, 3, \quad (8)$$

где  $\psi_j$  — фазовые характеристики фильтров, а

$$K_j(\omega) = \begin{cases} K_j, & \omega \in \{D_j\}; \\ 0, & \omega \notin \{D_j\}. \end{cases} \quad (9)$$

Множества  $\{D_j\}$  для входного, первого видеофильтра и выходного видеофильтра будут соответственно равны

$$\begin{aligned} \{D_1\} &= [\omega_0 - \Delta\omega, \omega_0 + \Delta\omega]; \\ \{D_2\} &= [-\Delta\omega, \Delta\omega]; \\ \{D_3\} &= [-\Delta\Omega, \Delta\Omega], \end{aligned} \quad (10)$$

где  $\Delta\omega = 2\pi\Delta F$ ;  $\Delta\Omega = 2\pi\Delta f$ . Кроме того, предположим, что функции  $\psi_j(\omega)$  являются линейными функциями частоты:

$$\psi_j = \varphi_j + \omega\tau_j, \quad j = 1, 2, 3,$$

т. е. фильтры и усилители могут вносить дополнительный фазовый сдвиг и задержку. Итак, на выходе первого видеофильтра спектр сигнала будет иметь вид

$$X_1(\omega) = \frac{1}{2} e^{-i\varphi_0} F_1(\omega + \omega_0) F_2(\omega) X(\omega + \omega_0). \quad (11)$$

Спектр сигнала на выходе множительного устройства, как указывалось, дается сверткой

$$X_2(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} X_1(\omega') G(\omega - \omega') d\omega'. \quad (12)$$

Интеграл (12) легко считается, так как  $G(\omega)$  представлена в виде суммы  $\delta$ -функций. После подстановки в (12)  $G(\omega)$  из (4), вычисления интеграла и умножения на частотную характеристику выходного фильтра получим спектр сигнала, прошедшего через весь тракт приемного устройства до ограничителя:

$$\begin{aligned} y(\omega) &= \frac{1}{4} e^{-i\varphi_0} \sum_{n=1}^{\infty} a_n [F_1(\omega + \omega_0 + n\Omega) F_2(\omega + n\Omega) F_3(\omega) X(\omega + \omega_0 + n\Omega) + \\ &+ F_1(\omega + \omega_0 - n\Omega) F_2(\omega - n\Omega) F_3(\omega) X(\omega + \omega_0 - n\Omega)]. \end{aligned} \quad (13)$$

Как видно из первых двух выражений в (10), фильтры  $F_1(\omega)$  и  $F_2(\omega)$  согласованы по полосе пропускания, а соотношение полос пропускания фильтров  $F_2(\omega)$  и  $F_3(\omega)$  накладывает ограничение на число ненулевых членов ряда (13). Действительно, из (10) следует, что в (13)

$$\begin{cases} |\omega| \leq \Delta\Omega \\ |\omega + n\Omega| \leq \Delta\omega \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} |\omega| \leq \Delta\Omega \\ |\omega - n\Omega| \leq \Delta\omega. \end{cases} \quad (14)$$

Решая неравенство (14), находим

$$n \leq (\Delta\omega - \Delta\Omega)/\Omega. \quad (15)$$

Обозначим выражение в квадратных скобках в (13)  $y_n(\omega)$ . Тогда с учетом ограничения (15)

$$y(\omega) = \frac{1}{4} e^{-i\varphi_0} \sum_{n=1}^N a_n y_n(\omega); \quad N = \frac{\Delta\omega - \Delta\Omega}{\Omega}. \quad (16)$$

Члены суммы  $y_n(\omega)$  представляют собой участки спектра шириной  $2\Delta\Omega$  со средней частотой  $\omega_0 \pm n\Omega$ , преобразованные к видеочастоте с полосой  $0 - \Delta\Omega$  и весом  $a_n$ , как показано на рис. 3. Если  $\Delta\Omega = \Omega$ , то соседние участки спектра идут без пропусков, если  $\Delta\Omega > \Omega$ , то спектры перекрываются. Из рис. 3 видно, что принимаются как основной, так и зеркальный спектральные каналы. Такое

преобразование спектра в работе [5] было названо «сверткой» спектра, отличие лишь в том, что в указанной работе все  $a_n$  были постоянны и гетеродинная функция имела ограниченный спектр, точно согласующийся с условием (15).

На вход приемника второго пункта РСДБ поступает сигнал, задержанный относительно первого пункта на величину геометрической задержки  $\tau_g$ , таким образом, на входе приемника действует сигнал  $X(t - \tau_g)$ . Проведя вычисления,

аналогичные рассмотренным выше, получим спектральную функцию на входе ограничителя для второго пункта РСДБ:

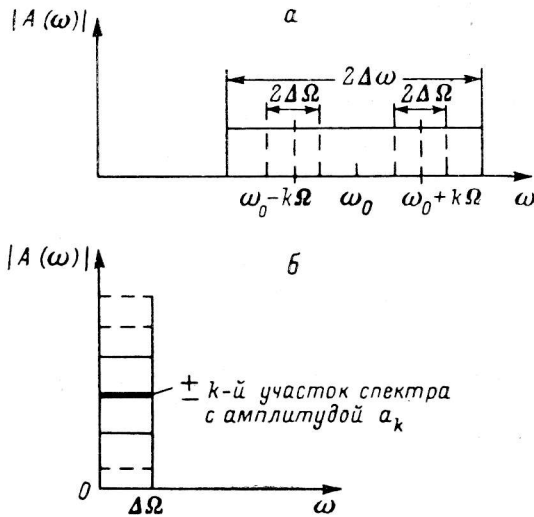
$$y_2(\omega) = \frac{1}{4} e^{-i\varphi_0} \sum_{n=1}^N a_n y_{gn}(\omega), \quad (17)$$

где

$$y_{gn}(\omega) = F_1(\omega + \omega_0 + n\Omega) F_2(\omega + n\Omega) \times \\ \times F_3(\omega) X(\omega + \omega_0 + n\Omega) e^{-i(\omega + \omega_0 + n\Omega)\tau_g} + \\ + F_1(\omega + \omega_0 - n\Omega) F_2(\omega - n\Omega) F_3(\omega) \times \\ \times X(\omega + \omega_0 - n\Omega) e^{-i(\omega + \omega_0 - n\Omega)\tau_g}. \quad (18)$$

Рис. 3.

а — спектр сигнала на входе первого смесителя (СМ-1); б — спектр сигнала с синтезированной полосой на входе ограничителя.



Спектральная функция взаимной корреляционной функции  $R(t)$  двух сигналов  $y(\omega)$  и  $y_g(\omega)$  равна произведению последних:

$$S(\omega) = y^*(\omega) y_g(\omega), \quad (19)$$

где  $y^*$  — комплексно-сопряженная величина. Обратное Фурье-преобразование дает искомую корреляционную функцию  $R(t)$  — отклик интерферометра:

$$R(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} y^*(\omega) y_g(\omega) e^{i\omega t} d\omega. \quad (20)$$

Подставляя в (20) выражения для  $y(\omega)$  и  $y_g(\omega)$  из (13) и (17), (18), а также учитывая (8), (9) и (10), после интегрирования и несложных преобразований найдем

$$R(t) = \frac{\sigma^2}{16\pi} K \frac{\sin \Delta\Omega(t - \tau')}{\Delta\Omega(t - \tau')} \cos(\omega_0 \tau'' + \theta) \sum_{n=1}^N a_n^2 \cos n\Omega(\tau' + \Delta\tau_n), \quad (21)$$

где  $K = (K_1 K_2 K_3)^2$  — коэффициент усиления интерферометра по мощности;  $\sigma^2$  — мощность шумов сигнала в полосе регистрации  $\Delta\Omega$ ;  $\tau' = \tau_g + \Delta\tau$ ;  $\Delta\tau$  — разность задержек в цепях приемных устройств РСДБ, в атмосфере, смещение нульпунктов шкал часов и их временной ход, обусловленный разностью частот стандартов частоты и т. д.;  $\tau'' = \tau_g + \Delta\tau_1$ ;  $\Delta\tau_1$  — то же, что и  $\Delta\tau$ , но без учета задержек после СВЧ-смесителя;  $\theta$  — суммарная разность фаз, обусловленная разностью фаз гетеродинов и приемных устройств;  $\Delta\tau_n$  — разность задержек выходных фильтров видеочастоты приемников.

Обратимся к последнему сомножителю в выражении для  $R(t)$  (21). С точностью до отброшенных членов ряда эта сумма равна автокорреляционной функции  $G(t)$

$$r(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T G(t + \tau) G(t) dt. \quad (22)$$

Подставляя в интеграл выражение (1), получим

$$r(\tau) = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 \cos n\Omega\tau. \quad (23)$$

Следовательно, если  $G(t)$  такова, что члены ряда (23) убывают так быстро, что можно пренебречь членами с номерами  $n > N$ , то при такой компенсации геометрической задержки, когда  $t - \tau' = 0$ , огибающая интерферометрического отклика определяется автокорреляционной функцией  $r(\tau)$  гетеродинной функции  $G(t)$ .

Разрешение РСДБ по задержке определяется шириной интерференционного отклика при наблюдении точечного источника.

Для обычного интерферометра без синтеза точность определения задержки определяется шириной полосы выходного фильтра приемника

$$\Delta\tau_0 \sim 2\pi/\Delta\Omega. \quad (24)$$

Если производится синтез полосы  $\Delta\omega$  любым способом, то

$$\Delta\tau_c \sim 2\pi/\Delta\omega, \quad (25)$$

при этом

$$\Delta\tau_c/\Delta\tau_0 = \Delta\Omega/\Delta\omega. \quad (26)$$

Синтез методом «свертывания» дает то же разрешение по задержке, но так как боковые лепестки интерференционного отклика здесь ниже, чем для обычного синтеза, то аномальные ошибки в определении задержки меньше [5], что дает возможность наблюдать более слабые радиоисточники.

В рассматриваемом случае ширина отклика  $R(t)$  определяется суммой

$$\sum_{n=1}^N a_n^2 \cos n\Omega\tau, \quad (27)$$

которая зависит как от вида функции  $G(t)$ , так и от синтезируемой полосы  $\Delta\omega$ .

Представим интерферометр в виде «черного ящика» с некоторой передаточной функцией  $h(t)$ , на который поступает сигнал  $f(t)$ . Сигнал на выходе  $F(t)$  определен сверткой

$$F(t) = f(t) * h^*(t),$$

тогда спектр функции  $F(t)$  дается произведением спектров функций  $f(\omega)$  и  $h(\omega)$

$$F(\omega) = f(\omega) h^*(\omega).$$

Обратное Фурье-преобразование дает

$$F(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(\omega) h^*(\omega) e^{i\omega t} d\omega.$$

Если спектр входного сигнала  $f(\omega)$  равномерен во всей полосе частот (белый шум), то  $F(t) = h(t)$  независимо от конечности или бесконечности спектра  $h(\omega)$ . Если  $h(\omega)$  отлично от нуля в полосе  $\omega \in [\omega_1, \omega_2]$ , то

$$F(t) = \frac{1}{\pi} \int_{\omega_1}^{\omega_2} f(\omega) h^*(\omega) e^{i\omega t} d\omega.$$

Если спектр  $f(\omega)$  ограничен, но занимает полосу частот более широкую, чем  $\omega_2 - \omega_1$ , то остается справедливым  $F(t) = h(t)$ . Однако когда спектр  $f(\omega)$  будет занимать полосу уже, чем спектр  $h(\omega)$ , будем иметь

$$F(t) = \frac{1}{\pi} \int_{\omega'_1}^{\omega'_2} f(\omega) h^*(\omega) e^{i\omega t} d\omega \neq h(t),$$

так как  $\omega'_2 < \omega_2$  и  $\omega'_1 > \omega_1$ , и функция  $F(t)$  будет шире, чем  $h(t)$ .

Если спектр на входе приемника равномерный, то в конечной, неизвестной ширины полосе изменяется ширина функции  $h(t)$  и регистрируется ширина функции  $F(t)$ . Как только сужение  $h(t)$  не будет более приводить к сужению  $F(t)$ , значит, ширины спектров  $h(\omega)$  и  $f(\omega)$  стали одинаковыми.

Вернемся снова к выражению (27). Если подобрать функцию  $G(t)$  так, что ее спектр будет соответствовать в указанном выше смысле спектру входного сигнала, в нашем случае ширине синтезируемой полосы  $\Delta\omega$ , то ширина отклика интерферометра  $\Delta\tau$  будет определяться синтезированной полосой  $\Delta\omega$  или, что то же самое, шириной функции  $r(\tau)$  (27). Так как в общем случае  $r(\tau)$  определяется рядом (23), то отклик интерферометра всегда будет не уже, чем  $1/\Delta F$ .

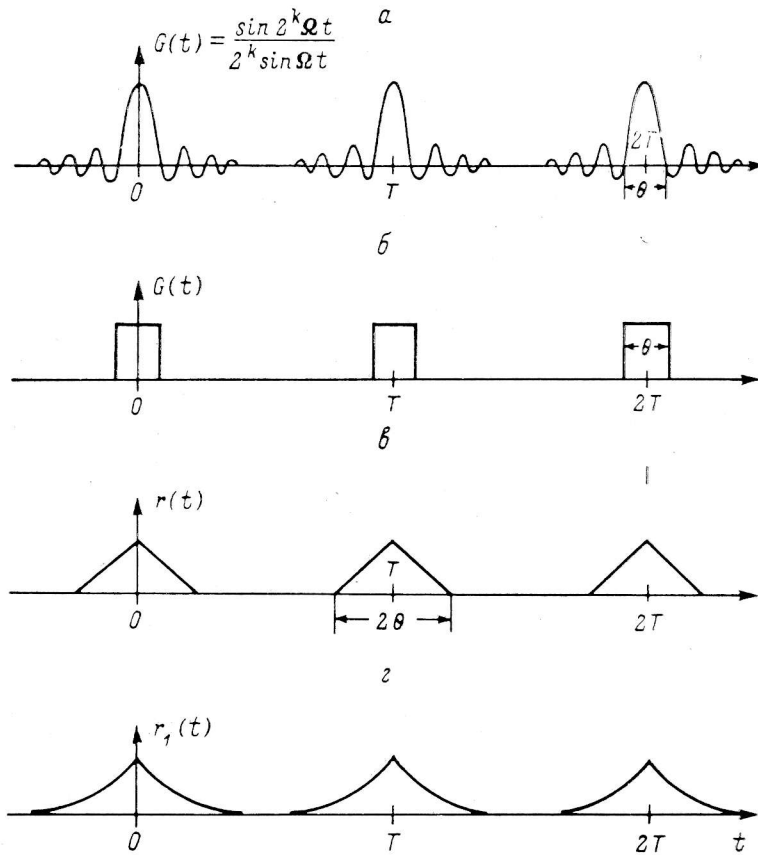


Рис. 4. Эпюры гетеродинных функций  $G(t)$  и их автокорреляционные функции.

Рассмотрим в качестве примера несколько функций  $G(t)$ . Во-первых, рассмотрим  $G(t)$ , которая определяется конечным произведением косинусов, как в [5] (рис. 4)<sub>а</sub>

$$G(t) = \cos \Omega t \cos 2\Omega t \dots \cos 2^{k-1}\Omega t = \sin 2^k \Omega t / (2^k \sin \Omega t), \quad (28)$$

или, что то же самое,

$$G(t) = \frac{1}{2^{k-1}} \sum_{n=1}^{2^{k-1}} \cos (2n - 1) \Omega t. \quad (29)$$

Ее автокорреляционная функция имеет вид

$$r(\tau) = \frac{1}{2^{2k-1}} \sum_{n=1}^{2^{k-1}} \cos (2n - 1) \Omega \tau = \frac{1}{2^k} G(\tau), \quad (30)$$

где  $k$  — число перемноженных косинусов. Если частота  $\Omega$  равна верхней частоте выходного фильтра  $\Omega = \Delta\omega$ , то из (15)

$$N = 2^k - 1 = (\Delta\omega - \Omega)/\Omega \quad (31)$$

или  $2^k = \Delta\omega/\Omega$ ,  $k = \log_2(\Delta\omega/\Omega)$ . Так как  $k$  — целое число, то необходимо, чтобы  $\Delta\omega/\Omega$  была бы целой степенью числа 2. Заметим, что такая функция  $G(t)$  полностью согласована с синтезированной полосой. Подставив (30) в (21), получим формулу для  $R(t)$ , выведенную в работе [5].

Возьмем другой случай. Пусть  $G(t)$  есть серия коротких прямоугольных импульсов шириной  $\theta$ , следующих с периодом  $T$ :

$$G(t) = \begin{cases} 1, & kT - \frac{\theta}{2} \leq t \leq kT + \frac{\theta}{2}, \quad k - \text{целое;} \\ 0, & (k+1)T - \frac{\theta}{2} > t > kT + \frac{\theta}{2}. \end{cases} \quad (32)$$

Сквозность импульсов  $q$  равна

$$q = T/\theta \gg 1.$$

Разлагая  $G(t)$  в ряд по косинусам, можно записать

$$G(t) = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin \frac{n\pi}{q} \cos \frac{2\pi n t}{q\theta}. \quad (33)$$

Нижняя частота в спектре  $G(t)$  есть  $\Omega = 2\pi/T$ .

Автокорреляционная функция ее равна

$$r(\tau) = \frac{2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \sin^2 \frac{\pi n}{q} \cos \frac{2\pi n \tau}{q\theta}. \quad (34)$$

Вид  $G(t)$  и  $r(\tau)$  представлен на рис. 4, б, в. Ряд (34) сходится достаточно быстро, и если ограничиться членами ряда, соответствующими первому нулю функции  $\sin^2 \pi n/q$ , то  $\pi n/q = \pi$ . Обозначим число членов ряда  $N$

$$N = q = \frac{T}{\theta} = \frac{2\pi}{\theta\Omega}; \quad (35)$$

с другой стороны, из (16) имеем

$$N \approx \Delta\omega/\Omega \quad \text{при} \quad \Delta\omega \gg \Delta\omega. \quad (36)$$

Приравняв (35) и (36), найдем

$$\theta = 2\pi/\Delta\omega = 1/\Delta F. \quad (37)$$

Следовательно, если заданы синтезируемая ширина полосы и полоса регистрации, то задана и функция  $G(t)$  (32), спектр которой в указанном выше смысле согласован с синтезированной полосой.

Соответствие отклика  $R(t)$  функции  $r(t)$  будет тем лучше, чем больше отношение  $\Delta\omega/\Omega$ . Если период импульсов  $T < 2\pi/\Omega$ , то теряется часть сигнала, так как отдельные участки спектров  $y_n(\omega)$  будут идти с пропусками (рис. 3) и должны появиться дополнительные боковые лепестки в отклике. Если  $\theta$  выбрать больше, чем  $2\pi/\Delta\omega$ , то отклик  $R(t)$  будет расширяться, произойдет потеря в разрешении по задержке. При  $\theta < 2\pi/\Delta\omega$  разрешение по задержке сохраняется, так как  $\Delta\tau \sim 1/\Delta F$  и меньше, как уже говорилось, быть не может, но должно ухудшиться отношение сигнал/шум за счет уменьшения реального времени наблюдения.

Этот случай отличается от рассмотренного в работе [4] по двум существенным пунктам: отсутствует фильтрация на выходе [отсутствует  $F_3(\omega)$ ] и  $\theta < 1/(2\Delta F)$ , согласно теореме отсчетов. Разрешение по задержке здесь такое же, как и в обычном синтезе, но отношение сигнал/шум значительно меньше.



Заметим, что для случая «свертывания» полосы ширина главного лепестка интерференционного отклика  $\Delta\tau \sim 2\pi/\Delta\omega$ , а при «стробировании»  $\Delta\tau_{\text{стр}} \sim 2\theta \approx \approx 4\pi/\Delta\omega \approx 2\Delta\tau$ , т. е. вдвое больше; с другой стороны, при «стробировании» отклик практически не имеет боковых лепестков.

Процедура поиска и обработки интерференционного отклика  $R(t)$  такая же, как в работе [5].

4. Отношение сигнал/шум в РСДБ определяет потенциальную точность измерения геометрической задержки. Оценим это отношение для нашего метода синтеза полосы.

На входе интерферометра действуют шумовые сигналы

$$\begin{aligned} X(t) &= X_c(t) + X_{ш_1}(t); \\ X(t - \tau_g) &= X_c(t - \tau_g) + X_{ш_2}(t), \end{aligned} \quad (38)$$

где  $X_{ш_1}(t)$  и  $X_{ш_2}(t)$  — собственные некоррелированные шумы на входах первого и второго приемников РСДБ соответственно;  $X_c(t)$  и  $X_c(t - \tau_g)$  — сигналы источника на входах первого и второго приемников соответственно.

Отношение сигнал/шум  $Q$  определяется формулой

$$Q = \frac{\langle X_c^2 \rangle}{\sqrt{\langle (X_c + X_{ш_1})^2 (X_c + X_{ш_2})^2 \rangle - \langle X_c^2 \rangle^2}} \sqrt{2\Delta f \Delta t}, \quad (39)$$

где  $\langle \rangle$  — знак усреднения;  $\Delta f$  — полоса пропускания выходного фильтра;  $\Delta t$  — время наблюдения (время когерентного накопления).

Поскольку  $\langle X_{ш}^2 \rangle \gg \langle X_c^2 \rangle$ , можно переписать (39) в виде

$$Q = \frac{\langle X_c^2 \rangle}{\sqrt{\langle X_{ш_1}^2 X_{ш_2}^2 \rangle}} \sqrt{2\Delta f \Delta t}. \quad (40)$$

Числитель в формуле (40) соответствует функции корреляции  $R(\tau)$  при  $\tau=0$ , таким образом,

$$\langle X_c^2 \rangle = \frac{\sigma^2 k}{16\pi} \sum_{n=1}^N a_n^2 = R(0), \quad (41)$$

где  $R(\tau)$  дается формулой (21).

Учитывая выражение (23) для корреляционной функции  $r(\tau)$ , можно переписать (41) в виде

$$\langle X_c^2(t) \rangle = [\sigma^2 k / (8\pi)] \bar{r}(0), \quad (42)$$

где  $\bar{r}(0)$  — усеченная функция  $r(\tau)$  при  $\tau=0$  (отброшены члены ряда для  $n > N$ ). Так как шумовые сигналы  $X_{ш_1}(t)$  и  $X_{ш_2}(t)$  преобразуются аналогично полезному сигналу  $X_c(t)$ , то подкоренное выражение в знаменателе формулы (40) после соответствующих преобразований можно записать в следующем виде:

$$\langle X_{ш_1}^2(t) X_{ш_2}^2(t) \rangle = \sigma_1^2 \sigma_2^2 \left( \frac{k}{16\pi} \right)^2 \sum_{n=1}^N a_n^4, \quad (43)$$

где  $\sigma_1^2$  и  $\sigma_2^2$  — мощность сигналов  $X_{ш_1}(t)$  и  $X_{ш_2}(t)$  в полосе регистрации.

Введем функцию  $r_1(\tau)$

$$r_1(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T r(t + \tau) r(t) dt = \frac{1}{8} \sum_{n=1}^{\infty} a_n^4 \cos n\Omega\tau. \quad (44)$$

Тогда можно записать (43) в виде

$$\langle X_{ш_1}^2 X_{ш_2}^2 \rangle = 2\sigma_1^2 \sigma_2^2 \left( \frac{k}{8\pi} \right)^2 \bar{r}_1(0), \quad (45)$$

где  $\bar{r}_1(0)$  — усеченная функция  $r_1(\tau)$  при  $\tau=0$ .

Подставляя выражения (42) и (41) в (40), получим

$$Q = \frac{\sigma^2}{\sigma_1 \sigma_2} \frac{\bar{r}(0)}{\sqrt{2\bar{r}_1(0)}} \sqrt{2\Delta f \Delta t} \quad (46)$$

или через суммы (43) и (44)

$$Q = \frac{\sigma^2}{\sigma_1 \sigma_2} \frac{\sum_{n=1}^N a_n^2}{\sqrt{\sum_{n=1}^N a_n^4}} \sqrt{2\Delta f \Delta t}. \quad (47)$$

Для интерферометра с синтезом полосы методом «свертывания» функция  $G(t)$  определяется формулой (29). Видим, что все коэффициенты  $a_n = 1/2^{k-1}$  и не зависят от  $n$ . В этом случае  $Q$  вычисляется особенно просто, так как

$$\sum_{n=1}^{2^k-1} \left( \frac{1}{2^{k-1}} \right)^2 = \frac{2^k - 1}{2^{k-2}} \quad (48)$$

и

$$\sum_{n=1}^{2^k-1} \left( \frac{1}{2^{k-1}} \right)^4 = \frac{2^k - 1}{2^{4k-4}}. \quad (49)$$

Подставив (48) и (49) в (47), получим

$$Q = \frac{\sigma^2}{\sigma_1 \sigma_2} \sqrt{2^k - 1} \sqrt{2\Delta f \Delta t_1}. \quad (50)$$

Поскольку отклик  $R(t)$  (21) наблюдается малое время  $\Delta\tau$  за период  $T = 1/\Delta f$ , то в действительности время накопления  $\Delta t_1$  составляет часть от всего времени наблюдения  $\Delta t$ :

$$\Delta t_1 = (\Delta\tau/T) \Delta t.$$

Интегрируя квадрат функции  $G(t)$  (29) за период времени  $T$ , найдем

$$\Delta\tau = 2/\Delta F,$$

где  $\Delta F$  — синтезируемая полоса частот. Напомним, что  $2^k - 1 \approx \Delta F/\Delta f$ . Учитывая сказанное, получим

$$Q = [\sigma^2/(\sigma_1 \sigma_2)] \cdot 2 \sqrt{\Delta f \Delta t}. \quad (51)$$

Сравним этот результат с отношением сигнал/шум для интерферометра без синтеза  $Q_0 = [\sigma_1^2/(\sigma_1 \sigma_2)] \sqrt{2\Delta f \Delta t}$ , но с той же полосой частот выходного сигнала

$$Q = \sqrt{2} Q_0. \quad (52)$$

Это совпадает с полученным значением в [5].

Найдем величину  $Q$ , когда вид функции  $G(t)$  определяется формулой (32) или (33). В этом случае удобнее воспользоваться выражением для  $Q$  (46) через корреляционные функции  $\bar{r}(0)$  и  $\bar{r}_1(0)$ . Сначала вычислим  $Q$  для предельного случая, когда скважность  $q = T/\theta \rightarrow \infty$ , т. е. либо синтезируется бесконечно широкая полоса, либо ширина импульсов  $\theta$  бесконечно мала.

Вид функций  $G(t)$ ,  $r(t)$  и  $r_1(t)$  показан на рис. 4, б—з. Легко посчитать, что  $r(0) = 1/q$  (53). Вычислим  $r_1(0)$ :

$$r_1(0) = \frac{2}{T} \int_0^{2\theta} \frac{(2\theta - t)^2}{4T^2} dt = \frac{4\theta^3}{3T^3} = \frac{4}{3q^3}. \quad (54)$$

Обозначив  $Q_\infty$  и подставив (53) и (54) в (46), найдем

$$Q_\infty = \frac{\sigma^2}{\sigma_1 \sigma_2} \sqrt{\frac{3T}{8\theta}} \sqrt{2\Delta f \Delta t_2}. \quad (55)$$

Здесь время  $\Delta t_2$  составляет также малую часть от всего времени наблюдения  $\Delta t$ :

$$\Delta t_2 = (\theta/t) \Delta t. \quad (56)$$

Окончательно для  $Q_\infty$  имеем

$$Q_\infty = [\sigma^2/(\sigma_1\sigma_2)] \sqrt{3\Delta f\Delta t/2}, \quad (57)$$

или через  $Q_0$ :

$$Q_\infty = (\sqrt{3}/2\sqrt{2}) Q_0. \quad (58)$$

Если проделать несложные, но громоздкие вычисления, то можно найти поправку  $\mu$  к формуле (58) для конечного  $q$ , когда функции  $r(t)$  и  $r_1(t)$  будут определяться суммой конечного числа членов:

$$\mu = 1 + 5/q - 13/q^2 + \dots \quad (59)$$

Напомним, что  $q = T/\theta = \Delta F/\Delta f$ ; тогда

$$Q = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} Q_0 \left[ 1 + 5 \frac{\Delta f}{\Delta F} - 13 \left( \frac{\Delta f}{\Delta F} \right)^2 \right]. \quad (60)$$

Например, для  $\Delta f/\Delta F = 20$  получаем

$$Q_{20} = 0.765 Q_0. \quad (61)$$

Сравнивая (52) и (61), видим, что проигрыш по чувствительности по сравнению с методом «свертки» составляет

$$\delta = Q_{\text{св}}/Q_{20} \approx 1.85.$$

Найден способ синтеза широкой полосы частот в интерферометре с применением импульсной гетеродинной функции  $G(t)$  произвольной формы, который позволяет рассматривать другие способы синтеза типа «свертывание» как частные случаи рассмотренного, а также существенно упрощает принципиальную схему радиоинтерферометрического приемника (рис. 1, 2).

Получены выражения для интерференционного отклика и отношения сигнал/шум интерферометра при синтезе полосы с произвольной функцией  $G(t)$ .

Проведено сравнение отношений сигнал/шум интерферометра без синтеза с отношением сигнал/шум двух конкретных случаев синтеза полосы.

Можно предположить, что существует специальная форма  $G(t)$ , которая позволит получить оптимальные параметры отклика, определяемые шириной отклика, уровнем боковых лепестков и отношением сигнал/шум.

#### Литература

1. Rogers A. E. E. Very long baseline interferometry with large effective bandwidth for phasedelay measurements. — Radio Sci., 1970, 5, N 10, p. 1239—1248.
2. Гатэлюк Э. Д., Рябов О. А., Янказцев М. В. Многофункциональная широкополосная система регистрации радиоинтерферометра независимого приема. — Изв. вузов. Радиофизика, 1976, 19, № 11, с. 1721—1726.
3. A very long baseline interferometer system for geodetic applications / A. R. Whitney, A. E. E. Rogers, C. A. Knight et al. — Radio Sci., 1976, vol. 11, p. 421—432.
4. Кузнецов Ю. П. Применение стробоскопического метода в радиоинтерферометре с большими базами. — Изв. вузов. Радиофизика, 1979, 22, № 10, с. 1276—1278.
5. Городецкий В. М., Дравских А. Ф., Фридман П. А. О синтезе широкой полосы в радиоинтерферометре со сверхдлинной базой. — Изв. вузов. Радиофизика, 1981, 24, № 6, с. 655—665.

Поступила в редакцию 11.02.85