

ЭНТРОПИЯ ВОЗМУЩЕННОГО РЕЛИКТОВОГО РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ

В. К. Дубрович

Получено выражение для энтропии реликтового радиоизлучения, спектр которого имеет малые отклонения от равновесного. Выведены основные закономерности, определяющие эволюцию этих отклонений в процессе взаимодействия излучения с атомами. Указан метод построения качественной картины и оценки величин спектральных искажений без детальных расчетов. Рассмотрен один конкретный пример.

An expression is obtained for entropy of relict emission, the spectrum of which has small deviations from equilibrium. The main regularities are concluded which determine the evolution of these deviations in the process of emission interaction with atoms. A method of obtaining the qualitative picture and estimating the spectral deviation values without detailed calculation is given. One concrete example is considered.

Исследование спектра реликтового радиоизлучения (РИ) представляет несомненный интерес. В настоящее время теоретические и экспериментальные работы по этой проблеме позволяют ставить вопрос о более детальном описании спектра РИ с целью получения информации о некоторых конкретных физических явлениях, имевших место на ранних стадиях Вселенной. Основную роль в этом должны сыграть исследования искажений равновесного спектра РИ. Эти искажения образуются в разные эпохи под действием различных механизмов. Однако не все они после своего возникновения остаются неизменными. Часть из них испытывает довольно значительные трансформации. Ниже мы отметим одну из наиболее общих закономерностей этих трансформаций — наличие определенного направления, в котором идут процессы переработки сверхравновесных квантов.

Рассматриваемая нами система — вещество и излучение при красных смещениях $z > 1000$ — является в высшей степени равновесной в термодинамическом смысле. Это определяется мощным и, с высокой точностью, планковским по спектру полем фотонов и очень однородным, пространственно и по температуре, распределением вещества. В таких условиях релаксация некоторых неравновесностей, идущая с большой (по сравнению с темпом расширения Вселенной) скоростью, может быть описана с помощью термодинамических соотношений для слабонеравновесной среды. Мы воспользуемся только одним — уравнением для энтропии и законом ее возрастания в процессах релаксации.

Энтропия S фотонного газа в случае произвольного спектра дается выражением [1]:

$$S = k \int [(N_q + 1) \ln (N_q + 1) - N_q \ln N_q] d\Gamma, \quad (1)$$

где N_q — число фотонов импульса q в единице фазового объема Γ ($|q| = h\nu/c$). Для планковского спектра

$$N_q^{(0)} = [\exp(h\nu/kT) - 1]^{-1}, \quad (2)$$

где h — постоянная Планка; k — постоянная Больцмана; c — скорость света. Полное число квантов N и полная энергия E даются выражениями:

$$N = \int N_q d^3q dV; \quad (3)$$

$$E = \int h\nu N_q d^3q dV.$$

Если есть малые отклонения δN_q , то выражение (1) можно разложить в ряд (сохраняем только три первых члена разложения):

$$S = S_0 + k \int \delta N_q \ln [(N_q^{(0)} + 1)/N_q^{(0)}] d\Gamma - \frac{k}{2} \int \frac{(\delta N_q)^2}{N_q^{(0)}(N_q^{(0)} + 1)} d\Gamma, \quad (4)$$

где $N_q^{(0)}$ — невозмущенное значение фазовой плотности фотонов. В случае планковского $N_q^{(0)}$ два последних члена (4) имеют особенно наглядную интерпретацию: так как

$$\ln \frac{N_q^{(0)} + 1}{N_q^{(0)}} = \frac{h\nu}{kT}, \quad (5)$$

то первый из них описывает возрастание энтропии вследствие возрастания энергии в системе фотонов. Если же нет новых квантов, а происходит только их перераспределение по частотам, то первый член зануляется (каких-то квантов стало больше за счет распада или слияния других, которых становится меньше), энергия при этом сохраняется. Второй член, однако, остается, и он всегда отрицательный. То есть при изменении порядка расположения квантов относительно равновесного энтропия всегда уменьшается. Таким образом, второй член связан со степенью упорядоченности по частотам.

Допустим, что в некий достаточно малый промежуток времени за счет каких-либо диссипативных процессов произошло выделение сверхравновесных квантов, безразлично — в узких ли спектральных линиях или в континууме. Нам будет интересно, как в дальнейшем эти кванты будут перераспределяться при взаимодействии с атомами, ионами и электронами. Предположим, что релаксация частиц к максвелловскому распределению происходит очень быстро.

Кроме того, нет обмена энергией между фотонами и частицами, и температура вещества равна температуре невозмущенного излучения. В этом случае энергия фотонного газа сохраняется и направление процесса перераспределения квантов по частотам определяется только последним членом выражения (4). Перепишем его в более наглядном виде в случае узких спектральных линий:

$$\int \frac{(\delta N_q)^2}{N_q^{(0)}(N_q^{(0)} + 1)} d\Gamma \approx \sum_i \frac{(\delta N_i)^2}{N_i^{(0)}(N_i^{(0)} + 1)}, \quad (6)$$

где δN_i — число сверхравновесных квантов в данной i -й линии; $N_i^{(0)}$ — число квантов в РИ в полосе i -й линии; $N_{q_i}^{(0)}$ — фазовая плотность квантов в РИ на частоте i -й линии.

При анализе различных каналов преобразования сверхравновесных квантов необходимо сравнить выражение (6) для начального и конечного (по данному каналу) распределения квантов. Идти будет тот процесс, в котором выражение (6) для конечного состояния наименьшее. Подчеркнем, что с самого начала предполагается достаточно большая оптическая толщина по всем рассматриваемым каналам, как по прямым, так и по обратным реакциям. Минимум (6) будет достигаться, очевидно, когда q_i будет лежать в районе максимума произведения $N_i^{(0)}$ и $N_{q_i}^{(0)}$, т. е. в районе максимума планковской кривой интенсивности. Это означает, что все процессы переработки квантов будут переводить искажения из далеких крыльев планковского спектра в район его максимума. Это относится как к виновскому, так и к релей-джинсовскому крылу. Для квантов из виновского крыла наиболее вероятным будет процесс распада на менее энергичные, а для низкочастотных основным будет комбинационное рассеяние с поглощением кванта из РИ и образования кванта суммарной частоты.

Конкретно комбинационное рассеяние будет идти следующим образом. Если в низкочастотном крыле яркостная температура выше, чем вблизи максимума РИ, то будут идти переходы типа $nl \rightarrow n_1 l_1 \rightarrow n_2 l_2 \rightarrow n_3 l_3 \rightarrow nl$, где n , n_1 , n_2 , n_3 — номера уровней, а l , l_1 , l_2 , l_3 — орбитальные моменты, удовлетворяющие правилам отбора $\Delta l = \pm 1$ при каждом переходе. Здесь очень существенна замкнутость цепочки переходов: начинаться и кончатся она должна на одном и том же уровне nl . В равновесии переходы по этой цепи в прямом и обратном направлениях имели бы одинаковую вероятность и компенсиро-

вали бы друг друга. В нашем случае избыток квантов ν перехода $n_1 l_1 \rightarrow n_2 l_2$ раскомпенсирует эти направления таким образом, чтобы уменьшить искажение на частоте ν . При этом есть два варианта цепи: $n_2^{(1)} > n_1^{(1)} > n_3^{(1)} > n^{(1)}$ и $n_3^{(2)} > n_2^{(2)} > n_1^{(2)} > n^{(2)}$. В первом случае поглощаются и излучаются по два кванта, а во втором — поглощаются три, а излучается один квант. Для того чтобы в обоих случаях поглощались кванты частоты ν , нужно, чтобы

$$\begin{aligned} n^{(1)} = n^{(2)} = n; \quad n_2^{(1)} = n_3^{(2)}; \\ \nu_{n_2^{(1)} n_3^{(1)}} = \nu_{n_1^{(2)} n_2^{(2)}} + \nu; \quad \nu_{n_3^{(2)} n} = \nu_{n n_1^{(1)}} = \nu. \end{aligned} \quad (7)$$

Не ограничивая общности, можно считать, что $n_3^{(1)} = n_1^{(2)} = n'$, где n' должно быть минимально возможным. Вероятности реализации рассматриваемых каналов, строго говоря, не равны, поэтому в зависимости от конкретных условий результирующий эффект в линии $n \rightarrow n'$ может быть не нулевым и любого знака (как эмиссия, так и абсорбция). Это обстоятельство накладывает ограничения на n' , которые также следуют из (4). В конечном итоге исчезновение квантов в далекой низкочастотной области приводит к эмиссии на частотах $\nu_{n_2^{(1)} n_3^{(1)}}$, $\nu_{n_3^{(2)} n}$, абсорбции на частотах $\nu_{n_1^{(2)} n_2^{(2)}}$, $\nu_{n n_1^{(1)}}$ и к тому или другому на $\nu_{n n'}$. Увеличение числа спектральных деталей по сравнению с начальным компенсируется увеличением знаменателя в (4) примерно в $\nu_{n_2^{(1)} n_3^{(1)}}/\nu$ раз, т. е. энтропия действительно возрастает.

Любой процесс перераспределения должен сопровождаться исчезновением сверхравновесных квантов. Невозможны механизмы, при которых эти кванты играли бы роль только «катализаторов», приводящих к перераспределению только равновесной части спектра. Поэтому величина конечных искажений при достаточной скорости необходимых процессов определяется числом сверхравновесных квантов. Отметим в заключение, что соотношения (4), (6) в некотором смысле переформулируют теорему Росселанда с учетом сильного внешнего планковского поля фотонов: сверхравновесные кванты могут не только дробиться, но и суммироваться, так чтобы степень неравновесности уменьшалась.

В качестве иллюстрации рассмотрим один из возможных типов искажений спектра РИ, образовавшегося на очень раннем этапе эволюции Вселенной и изменяющегося затем из-за взаимодействия с веществом. Таким искажением может быть, например, спектр вида [2]

$$\begin{aligned} N_\nu &= \left[\exp\left(\mu + \frac{h\nu}{kT}\right) - 1 \right]^{-1}; \\ \mu &= \mu_0 \exp\left(-\frac{\nu_0}{\nu}\right); \\ \nu_0 &\approx 0.23 \Omega^{2/3} \cdot 2 \cdot 10^{10} T, \end{aligned} \quad (8-9)$$

где μ_0 — константа, определяемая мощностью раннего энерговыделения. Предполагая μ малым, имеем

$$\frac{\delta I}{I_0} \approx - \frac{\mu}{1 - \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right)}, \quad (10)$$

где δI — отклонение интенсивности от планковской I_0 . При $\nu < \nu_0$, $\delta I/I_0 \rightarrow 0$, а при $\nu > \nu_0$, $\delta I/I_0 \rightarrow -\mu_0$. Значение ν_0 лежит в релей-джинсовской области. Спектр (8-9) будет эволюционировать к планковскому с температурой $T_1 < T$, относительно которой область $\nu < \nu_0$ будет содержать избыток квантов, а область $\nu > \nu_0$ — недостаток. В соответствии с (4) в (7) будет происходить перенос квантов по спектру из первой области частот во вторую. Основным механизмом будет захват квантов высоковозбужденными уровнями атома водорода и последующие переходы на значительно более низколежащие. Относительные населенности атомных уровней до номеров $n < 60$ определяются радиационными захватами, а более высокие населяются в основном столкновительными процессами. Скорость поглощения и излучения квантов при прочих равных

условиях пропорциональна разности температур T_1 и T . Но и величина искажения, которая должна переработаться, того же порядка малости. Поэтому время релаксации в первом приближении не зависит от $T_1 - T$ и определяется только атомными константами и населенностью b_i уровня:

$$\Delta t_{ik} \approx \frac{8\pi N_{i,i-1}}{A_{ik} b_i c^3} \nu_{i,i-1}^3 \frac{\Delta \nu}{\nu_{i,i-1}}. \quad (11)$$

Для того чтобы успели переработаться все сверхравновесные кванты, в полосе $\Delta \nu$ необходимо, чтобы $\Delta t/t_0 \leq \Delta \nu/\nu$, где t_0 — полное космологическое время в ту эпоху, т. е.

$$\tau_{ik} \approx \frac{A_{ik} b_i c^3}{8\pi \nu_{i,i-1}^3 N_{i,i-1}} t_0 \geq 1. \quad (12)$$

При $\tau_{ik} < 1$ переработка будет пропорциональна τ_{ik} . Здесь индексом i помечен уровень $n^{(1)}$ или $n^{(2)}$, а индексом k — уровень n или n' . Подставляя в (12) характерные величины: $t_0 = 10^{13}$ с, $b_e = 2 \cdot 10^4$ см $^{-3}$, $T = 4000$, — получим при $k=3$

$$\tau_{i3} \approx \left(\frac{i}{45}\right)^3 \Omega^{3/2}. \quad (13)$$

Величина искажения на частоте $\nu = \nu_{i,i-1}$ будет при $\tau < 1$:

$$\frac{\delta I_\nu}{I_{0\nu}} \approx \tau_{ik} \frac{\mu_0 h \nu_1}{kT} \left[\exp\left(-\frac{\nu_0}{\nu_1}\right) - \exp\left(-\frac{\nu_0}{\nu}\right) \right], \quad (14)$$

где $\nu_1 = \nu_{ik}$ — частота вновь образующегося кванта. Величина искажения в узкой полосе вокруг ν_1 определяется суммой всех переработанных квантов и в среднем меньше начального:

$$\frac{\delta I_{\nu_1}}{I_{0\nu_1}} \approx \frac{\delta I_\nu}{I_{0\nu}} \left(\frac{\nu}{\nu_1}\right)^2. \quad (15)$$

При этом искажение (15) относится как к эмиссии, так и к абсорбции, лежащей рядом, согласно (7). Учет красного смещения, т. е. движения всей этой картины искажений относительно максимума интенсивности РИ, приводит к сильному замытию искажений из-за попадания эмиссий в ранее образовавшиеся абсорбции. Энергетически получающаяся сумма соответствует начальной энергии искажений, что должно быть по построению механизма релаксации.

Действительно, рассмотрим для примера плоский спектр N_ν и предположим постоянство скорости поглощения и испускания квантов dN_ν/dt . Пусть в сопутствующей системе отсчета на двух фиксированных частотах ν_1 и ν_2 происходит соответственно испускание и поглощение квантов: $\nu_1 > \nu_2$, $\nu_1 - \nu_2 \ll \nu_1$. Тогда число N_1 испущенных квантов за время Δt_1 в полосе $\Delta \nu/\nu_1 = \Delta t_1/t_0$ будет $N_1 = (dN/dt) \Delta t_1$. Через некоторое время эта эмиссия сместится в область ν_2 , где будет идти поглощение. Здесь интервал $\Delta \nu$ будет пройден за время $\Delta t_2/t_0 = \Delta \nu/\nu_2$, и число поглощенных квантов будет $N_2 = (dN/dt) \Delta t_2$. Изменением t_0 и $\Delta \nu$ можно пренебречь как эффектом второго порядка малости по $(\nu_1 - \nu_2)/\nu_1$. Таким образом, в одном и том же интервале частот будет излучено на $N_1 - N_2$ квантов больше, чем поглощено. Это соответствует полному выделению энергии

$$\epsilon \approx \frac{dN}{dt} \Delta t h (\nu_1 - \nu_2). \quad (16)$$

Но именно такая энергия была вначале, так как квант ν_1 образуется в результате слияния кванта ν_2 и кванта $\nu = \nu_1 - \nu_2$, а число таких актов есть $(dN/dt) \Delta t$. В конечном итоге, если перераспределение квантов начинается в момент t_1 и заканчивается в момент t_2 , картина искажения будет такая: на частоте $\nu_1 [a(t_1)/a_0]$ (a — масштабный фактор) в полосе от $\nu_1 (a_1/a_0)$ до $\nu_2 (a_1/a_0)$ будет эмиссия с амплитудой из (15), затем отклонение $\delta I_\nu/I_0$ будет примерно в ν/ν_1 раз меньше, чем (15), и на частоте от $\nu_1 (a_2/a_0)$ до $\nu_2 (a_2/a_0)$ будет абсорбция с амплитудой тоже порядка (15). Если за время $t_2 - t_1$ скорость перераспределения квантов заметно меняется, то будут различаться амплитуды эмиссии и абсорбции, но переход между ними будет непрерывным.

В заключение отметим наиболее важные моменты. При наличии различных механизмов энерговыделения может сложиться ситуация, когда сначала образуются спектральные искажения, формируемые одними механизмами (свободно-свободные переходы, комптонизация, и т. д.), а затем эти искажения перераспределяются по спектру за счет взаимодействия с атомами с их дискретно-энергетической системой уровней. Основным направлением перераспределения будет перевод сверхравновесных квантов в область частот вблизи максимума интенсивности РИ. Вид вновь образующихся искажений может быть довольно сложным, содержащим как довольно крутые фронты, так и пологие протяженные эмиссии и абсорбции. Наблюдение таких искажений дает информацию не только о фундаментальных параметрах Вселенной, но и о характере ее эволюции в раннюю эпоху.

Примененные здесь рассуждения, полученные основные закономерности и оценки амплитуд искажений, служат только вспомогательным инструментом для проверки и предсказания результатов точного решения кинетических уравнений при данных условиях. Но они вполне достаточны для определения грубых характеристик искажений спектра РИ, когда необходимо решить вопрос об их наблюдаемости.

Литература

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Статистическая физика. М.: Наука, 1964. 184 с.
2. Зельдович Я. Б., Сюняев Р. А. Взаимодействие вещества и излучения в горячей модели Вселенной. — *Astrophys. and Sp. Sci.*, 1969, 4, p. 285.

Поступила в редакцию 13 мая 1983 г.