

К ТЕОРИИ БАЛЬМЕРОВСКОГО ДЕКРЕМЕНТА ПЛАНЕТАРНЫХ ТУМАННОСТЕЙ

С. В. Рублев

Исследуются причины несоответствия между рекомбинационной теорией и наблюдениями в областях низких и высоких членов серии Бальмера в спектрах планетарных туманностей. Найдено, что в обоих случаях общей причиной существующих невязок может служить возрастающая к границе серии частичная прозрачность в лаймановских линиях, вызванная эффектом Доплера и перераспределением квантов по частоте при рассеянии. Теоретические декременты, получающиеся при учете этого обстоятельства, оказываются в сравнении со случаем «В» более крутыми в области низких и — для оптически тонких туманностей — более пологими в области высоких членов серии Бальмера.

The reason of a discrepancy between the recombination theory and observations in the regions of the low and the high members of the Balmer series in the spectra of planetary nebulae are investigated. It is found that the partial transparency in the Lyman series lines due to the Doppler effect and frequency redistribution of quanta at a scattering can serve as a common cause of the deviations in both cases. Being compared with the «В» case, the improved theoretical decrements prove to be more steep — in the range of the low, and more gentle (for the optically thin nebulae) — in the range of the high members of the Balmer series.

§ 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В недавнем прошлом считалось, что процессы возникновения ярких линий водорода в спектрах планетарных туманностей изучены с практически исчерпывающей полнотой. После ранних работ Силье [1] и Мензела с сотрудниками [2] Ситон [3] подробно исследовал рекомбинационный механизм образования ярких линий для водородоподобных атомов с простыми термами (вариант «п»). Так же как и в [2], расчеты проводились для двух предельных случаев.

Случай «А». Туманность прозрачна в линиях всех спектральных серий (включая основную).

Случай «В». Туманность полностью непрозрачна в линиях основной серии и прозрачна в линиях всех субординатных серий.

Позднее Бэрджесс [4] и Пенджелли [5] рассчитали бальмеровский декремент для тех же случаев «А» и «В» с учетом азимутального расслоения уровней (вариант «nl»). Результаты этих исследований можно резюмировать следующим образом.

Отклонения населенностей энергетических уровней от равновесных в случае туманностей не зависят от плотности и слабо зависят от электронной температуры. Зависимость от азимутальных квантовых чисел довольно сильна: распределение атомов по подуровням заметно отличается от равновесного (пропорционального статистическим весам); однако средние населенности уровней и соответственно теоретические интенсивности линий в вариантах «п» и «nl» получаются довольно близкими. Оказалось, что

после введения поправок за межзвездное поглощение в интенсивности линий наблюдаемые бальмеровские декременты туманностей в среднем удовлетворительно представляются теорией в случае «В» при электронной температуре $T_e \sim 10-15$ тысяч градусов. Отдельные невязки можно было отнести на счет неточностей фотографического метода наблюдений. Ввиду слабой зависимости теоретического декремента от электронной температуры его стали широко использовать для оценок величины межзвездного поглощения.

Вскоре после перехода к фотоэлектрической методике регистрации интенсивностей, значительно повысившей надежность наблюдательного материала, выявился ряд расхождений с рекомбинационной теорией как в области низких, так и в области высоких членов серии Бальмера.

Аллер, Боуэн и Вилсон [6] обнаружили, что у туманности NGC 7027 наблюдаемые относительные интенсивности водородных линий (величины

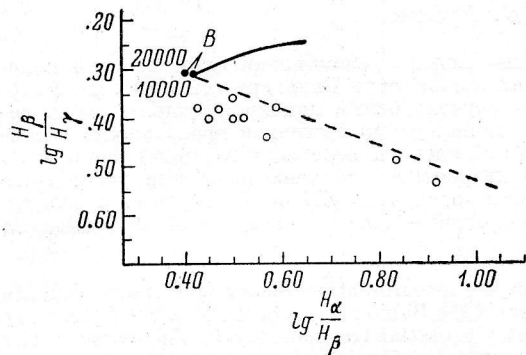


Рис. 1. Диаграмма Остерброка [8] (обозначения см. в тексте).

уровне H_{20} достигающая полупорядка (случай NGC 7027), растет с главным квантовым числом n и для данной туманности в процентном отношении одинакова у H, HeII и HeI (если рассматривать в последнем случае квантовые числа J); попытки найти какую-либо связь с известными физическими параметрами туманностей оказались безуспешными [7].

Расхождения с теорией в области низких членов серии Бальмера также лежат за границами возможных ошибок наблюдений; в большинстве случаев и здесь наблюдаются отклонения одного знака. Это явление иллюстрируется рис. 1, заимствованным из работы Остерброка, Каприотти и Баутц [8], где оно было впервые описано. На приведенной разновидности двухцветной диаграммы темным кружком показано теоретическое положение точки $(\lg \frac{H_\alpha}{H_\beta}, \lg \frac{H_\beta}{H_\gamma})$ в случае «В» при $T_e = 10\,000^\circ$; вправо вниз отходит линия межзвездного покраснения, вверх — кривая, соответствующая теоретическому соотношению между интенсивностями рассматриваемых линий при различных степенях самопоглощения в H_α [9, 10]; светлые кружки, дающие положения реальных туманностей, ложатся ниже линии покраснения, попадая, таким образом, в «запрещенную» область: все они должны были бы располагаться либо вдоль этой линии (в случае правильности «чистой» рекомбинационной теории), либо, частично, над ней (в случае добавочного эффекта самопоглощения в бальмеровских линиях). Последующие фотоэлектрические наблюдения (О'Делл, [11]) уменьшили, но не устранили полностью эту аномалию для большинства туманностей. В связи с этими отклонениями от теории был предпринят ряд попыток ослабить жесткость требований, предъявляемых к наблюда-

$I_n/I(H_\beta)$, в окрестностях $n=30$ в несколько раз превосходят теоретические. Исследование Калера [7], охватившее свыше трех десятков туманностей, показало, что у спектральных серий H, HeII и HeI высокие члены часто более интенсивны, чем следует из рекомбинационной теории, в то время как обратное никогда не наблюдается: после учета межзвездного покраснения вычисленные относительные интенсивности всегда представляют лишь нижний предел для наблюдаемых. Величина таких отклонений, на

тельному материалу диаграммой Остерброка. Однако определенного решения вопроса до сих пор не получено. Ни учет самопоглощения [9, 10] или столкновений [11, 12], ни варьирование электронной температуры, ни переход от случая «В» к случаю «А» не улучшают существующего положения. Наиболее обнадеживающая попытка интерпретации этой диаграммы была сделана Каприотти [12], рассмотревшим возможность «ускользания» из туманности части квантов в линиях лаймановской серии. Однако при сопоставлении с наблюдениями выявился ряд обстоятельств, которые, по мнению Каприотти, могут поставить предложенную интерпретацию под сомнение.

Таким образом, для того чтобы соответствовать наблюдениям, теоретический декремент по сравнению с существующими должен быть: а) более крутым в области первых членов серии Бальмера; б) более пологим в области высоких членов этой серии.

Ниже предпринимается попытка найти причину описанных несоответствий и, по возможности, устранить их. Производится анализ общих уравнений стационарности и оценивается роль или учитывается влияние тех членов, которые обычно отбрасываются в «классическом» приближении.

§ 2. ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Рассмотрим уравнения стационарности для атома водорода, учитывающие все радиативные переходы (ролью столкновений пренебрегаем); в случае «п» они имеют следующий вид:

$$\sum_{k=1}^{i-1} (n_i A_{ik} + n_i B_{ik} \rho_{ik} - n_k B_{ki} \rho_{ki}) + n_i B_{ic} \rho_{ic} = n_e n^+ C_i(T_e) + \sum_{k=i+1}^{\infty} (n_k A_{ki} + n_k B_{ki} \rho_{ki} - n_i B_{ik} \rho_{ik}), \quad i=2, 3, 4, \dots \quad (1)$$

Все обозначения здесь общепринятые;

$$A_{ik} = \frac{2^{10} \pi^5 e^{10} m}{3 \sqrt{3} c^3 h^6} \cdot \frac{g_{ki}}{k i^3 (i^2 - k^2)}. \quad (2)$$

Соотношением

$$n_i A_{ik} \beta_{ki} \equiv n_i A_{ik} + n_i B_{ik} \rho_{ik} - n_k B_{ki} \rho_{ki} \quad (3)$$

введем β_{ki} — долю квантов $h\nu_{ik}$, свободно уходящую из данного места наружу. Введем также фактор b_i , характеризующий уклонения населенностей энергетических уровней от термодинамически равновесных при температуре T_e

$$n_i \equiv b_i e^{x_i} n_e n^+ \frac{i^2 h^3}{(2\pi m k T_e)^{3/2}}, \quad x_i \equiv \frac{h\nu_{ic}}{k T_e}. \quad (4)$$

Так как с учетом вынужденных рекомбинаций

$$C_i(T_e) = \frac{2^9 \pi^5 e^{10}}{(6\pi)^{3/2} m^2 c^3 h^3} \left(\frac{m}{k T_e}\right)^{3/2} \frac{1}{i^3} e^{x_i} \int_{\nu_{ic}}^{\infty} \left(1 + \frac{c^3}{8\pi h \nu^3} \rho_{\nu}\right) g_{\nu} e^{-\frac{h\nu}{k T_e}} \frac{d\nu}{\nu}, \quad (5)$$

то взамен уравнений (1) получаем

$$b_i e^{x_i} \left[\sum_{k=1}^{i-1} \frac{g_{ki} \beta_{ki}}{k (i^2 - k^2)} + \frac{g_{ic}}{2i^2} \int_{\nu_{ic}}^{\infty} \bar{\rho}_{\nu} \frac{d\nu}{\nu} \right] = \sum_{k=i+1}^{\infty} \frac{g_{ik} \beta_{ik}}{k (k^2 - i^2)} b_k e^{x_k} + \frac{g_{ic}}{2i^2} e^{x_i} \int_{\nu_{ic}}^{\infty} (1 + \bar{\rho}_{\nu}) e^{-\frac{h\nu}{k T_e}} \frac{d\nu}{\nu}, \quad i=2, 3, 4, \dots, \quad (6)$$

где $\bar{\rho}_\nu \equiv \frac{c^3}{8\pi h\nu^3} \rho_\nu$, а \bar{g}_{ic} — среднее значение фактора Гаунта для континуума серии i . Перепишем эти уравнения в виде

$$\begin{aligned}
 & b_i e^{x_i} \left[\frac{g_{1i} \beta_{1i}}{i^2 - 1} + \sum_{k=2}^{i-1} \frac{g_{ki}}{k(i^2 - k^2)} - \sum_{k=2}^{i-1} \frac{g_{ki}(1 - \beta_{ki})}{k(i^2 - k^2)} + \frac{\bar{g}_{ic}}{2i^2} \int_{\nu_{ic}}^{\infty} \bar{\rho}_\nu \frac{d\nu}{\nu} \right] = \\
 & = \sum_{k=i+1}^{\infty} \frac{g_{ik}}{k(k^2 - i^2)} b_k e^{x_k} + \frac{\bar{g}_{ic}}{2i^2} e^{x_i} E_1(x_i) - \sum_{k=i+1}^{\infty} \frac{g_{ik}(1 - \beta_{ik})}{k(k^2 - i^2)} b_k e^{x_k} + \\
 & \quad + \frac{\bar{g}_{ic}}{2i^2} e^{x_i} \int_{\nu_{ic}}^{\infty} \bar{\rho}_\nu e^{-\frac{h\nu}{kT_e}} \frac{d\nu}{\nu} \quad (7)
 \end{aligned}$$

и отбросим пока первое из них, т. е. положим $i = 3, 4, 5, \dots$. Обычно рассматриваемые «небулярные» уравнения стационарности для случая «В» таковы:

$$b_i^{(0)} e^{x_i} \sum_{k=2}^{i-1} \frac{g_{ki}}{k(i^2 - k^2)} = \sum_{k=i+1}^{\infty} \frac{g_{ik}}{k(k^2 - i^2)} b_k^{(0)} e^{x_k} + \frac{\bar{g}_{ic}}{2i^2} e^{x_i} E_1(x_i), \quad i = 3, 4, 5, \dots; \quad (8)$$

с их помощью система (7) легко преобразуется в

$$\begin{aligned}
 & 1 + \frac{1}{A_i} \left[\sum_{k=i+1}^{\infty} \frac{g_{ik}(\theta_k - 1)}{k(k^2 - i^2)} \cdot \frac{b_k^{(0)} e^{x_k}}{b_i^{(0)} e^{x_i}} - \sum_{k=i+1}^{\infty} \frac{g_{ik}(1 - \beta_{ik})}{k(k^2 - i^2)} \theta_k \frac{b_k^{(0)} e^{x_k}}{b_i^{(0)} e^{x_i}} + \right. \\
 & \quad \left. + \frac{\bar{g}_{ic}}{2i^2} \cdot \frac{1}{b_i^{(0)}} \int_{\nu_{ic}}^{\infty} \bar{\rho}_\nu e^{-\frac{h\nu}{kT_e}} \frac{d\nu}{\nu} \right] \\
 \theta_i = & \frac{\quad}{1 + \frac{1}{A_i} \left[\frac{g_{1i} \beta_{1i}}{i^2 - 1} - \sum_{k=2}^{i-1} \frac{g_{ki}(1 - \beta_{ki})}{k(i^2 - k^2)} + \frac{\bar{g}_{ic}}{2i^2} \int_{\nu_{ic}}^{\infty} \bar{\rho}_\nu \frac{d\nu}{\nu} \right]}, \quad (9)
 \end{aligned}$$

где

$$\theta_i \equiv \frac{b_i}{b_i^{(0)}}, \quad (10)$$

$$A_i \equiv \sum_{k=2}^{i-1} \frac{g_{ki}}{k(i^2 - k^2)}. \quad (11)$$

Уравнения (9) удобны для расчета населенностей уровней в случаях, которые значительно отклоняются от небулярного (например, случай протяженной оболочки звезды). Их правые части зависят как от величин, которые можно считать известными (электронная температура, температура ионизирующего излучения, фактор дилуции и т. п.), так и от подлежащих определению факторов θ_k (которые входят в уравнения также неявно — в составе чисел β_{ik}). Если считать небулярный случай «В» нулевым приближением и положить в правых частях (9) $\theta_k = 1$, то нетрудно получить первое приближение — систему чисел $\{\theta_i^{(1)}\}$ — для любого другого случая. При необходимости эту процедуру можно повторить, используя числа $\theta_i^{(1)}$.

Примем, что туманности прозрачны в линиях всех высших спектральных серий, начиная с третьей (как будет показано далее, это допущение

справедливо и для серии Бальмера). При $\beta_{ik}=1$ ($k > i \geq 3$) из (9) в качестве первого приближения получаем

$$\theta_i^{(1)} = \frac{1 + \frac{\bar{g}_{ic}}{2i^2 A_i} \cdot \frac{1}{b_i^{(0)}} \int_{\nu_{ic}}^{\infty} \bar{\rho}_\nu e^{-\frac{h\nu}{kT_e}} \frac{d\nu}{\nu}}{1 + \frac{1}{A_i} \cdot \frac{g_{1i}\beta_{1i}}{i^2 - 1} - \frac{g_{2i}}{2A_i} \cdot \frac{1 - \beta_{2i}}{i^2 - 4} + \frac{\bar{g}_{ic}}{2i^2 A_i} \int_{\nu_{ic}}^{\infty} \bar{\rho}_\nu \frac{d\nu}{\nu}}. \quad (12)$$

§ 3. НЕКОТОРЫЕ КОЛИЧЕСТВЕННЫЕ ОЦЕНКИ

Оценим роль различных членов, входящих в правую часть уравнения (12). Рассмотрим сначала те из них, которые зависят от плотности $\bar{\rho}_\nu$ непрерывного излучения. У чисто водородной туманности эта плотность определяется как прямым излучением центрального ядра, так и диффузным излучением водородных атомов при рекомбинациях, свободно-свободных и двухфотонных переходах.

Вкладом прямого излучения ядра за границами субординатных серий можно пренебречь, так как его порядок контролируется фактором геометрической диллюции, который в случае туманностей очень мал (порядка $10^{-13} - 10^{-14}$). Будем поэтому считать, что атомы туманности погружены в поле собственного диффузного непрерывного излучения, и оценим соответствующую плотность $\bar{\rho}_\nu$ (априори неясно, можно ли считать ее пренебрежимо малой).

Полагая, что зону Н II туманности можно рассматривать как геометрически тонкий слой, и учитывая специфику граничных условий проблемы, в приближении, аналогичном приближению Эддингтона (см. Мустель [13]), имеем

$$\bar{\rho}_\nu \simeq \frac{c^2}{2h\nu^3} \cdot \frac{\varepsilon_\nu}{k_\nu} \left[1 - \frac{1}{2} \left(e^{-\frac{3}{2}(\tau_\nu^0 + \tau_\nu)} + e^{-\frac{3}{2}(\tau_\nu^0 - \tau_\nu)} \right) \right]. \quad (13)$$

Здесь τ_ν^0 — полная оптическая толщина зоны Н II в частоте ν ; функция источника ε_ν/k_ν в пределах этой зоны считается постоянной.

Примем для туманности эффективное значение $\tau_\nu = \frac{1}{2} \tau_\nu^0$. Так как для всех частот ν , меньших ν_{1c} , $|\tau_\nu^0| < 1$, то

$$\bar{\rho}_\nu \simeq 1.5 \frac{c^2}{2h\nu^3} \varepsilon_\nu \Delta r (1 - \tau_\nu^0), \quad (14)$$

где Δr — геометрическая толщина зоны Н II; в случае туманностей величиной τ_ν^0 здесь можно пренебречь.

Для порядковой оценки ограничимся рассмотрением объемного коэффициента излучения, обусловленного фоторекомбинациями и свободно-свободными переходами (двухфотонные переходы при необходимости можно учесть позднее)

$$\varepsilon_\nu(H) = \frac{25\pi^2 e^6}{(6\pi)^{3/2} k^{1/2} m^{3/2} c^3} \cdot \frac{n_e n^+}{T_e^{1/2}} \left[1 + 2\alpha_1 \sum_{i=j}^{\infty} \frac{e^{x_i}}{i^3} \right] e^{-h\nu/kT_e}, \quad (15)$$

где j — номер серии, граница которой лежит с «низкочастотной» стороны от рассматриваемой частоты ν . Величина $\frac{n_e n^+}{T_e^{1/2}}$ может быть получена из уравнения ионизации

$$\frac{n_e n^+}{n_1} = 2 \frac{g^+}{g_1} p(T_e) T_e^{1/2} \frac{(2\pi m k)^{3/2}}{h^3} W T_* \ln(1 - e^{-h\nu_{1c}/kT_*})^{-1}, \quad (16)$$

где, как обычно, $p(T_e)$ — доля рекомбинаций в основное состояние, W — фактор геометрической диллюции в зоне III, T_* — планковская температура центральной звезды. Далее, если учесть, что

$$\frac{n_e n^+ \Delta r}{T_e^{1/2}} = \frac{n_e n^+}{n_1 T_e^{1/2}} \cdot \frac{\tau_{1c}^{(0)}}{\alpha_{1c}} \approx \frac{(2\pi mk)^{3/2}}{h^3 \alpha_{1c}} \tau_{1c}^0 Z, \quad (17)$$

где τ_{1c}^0 — оптическая толщина зоны III сразу за границей основной серии, α_{1c} — соответствующий коэффициент непрерывного поглощения, а

$$Z \equiv \bar{W} T_* \lg(1 - 10^{-68500/T_*})^{-1}, \quad (18)$$

то в конечном счете вместо (14) получим

$$\bar{\rho}_v(H) \approx 0.6 \cdot 10^{-5} \tau_{1c}^0 Z \left(1 + 2x_1 \sum_{i=j}^{\infty} \frac{e^{x_i}}{i^3}\right) \left(\frac{v_{1e}}{v}\right)^3 e^{-h\nu/kT_e}. \quad (19)$$

При оценке величины Z можно использовать в несколько модифицированном виде формулу, предложенную Соболевым [14]

$$\lg \bar{W} = -6.35 - 2 \lg\left(1 + \frac{r_1}{r_2}\right) - 2 \lg D'' - 0.4(m_{pg}^* - A_{pg}) + \frac{14700}{T_*} + \lg(1 - 10^{-14700/T_*}) \quad (20)$$

(r_1 и r_2 — внутренний и наружный радиусы зоны III туманности, D'' — ее угловой диаметр, A_{pg} — межзвездное поглощение), так что

$$\lg Z = -6.35 - 2 \lg\left(1 + \frac{r_1}{r_2}\right) - 2 \lg D'' - 0.4(m_{pg}^* - A_{pg}) + f(T_*), \quad (21)$$

где

$$f(T_*) \equiv \lg T_* + \frac{14700}{T_*} + \lg(1 - 10^{-14700/T_*}) + \lg \lg(1 - 10^{-68500/T_*})^{-1}. \quad (22)$$

Оценки, произведенные для примерно двух десятков туманностей (IC 351, 418, 2165, 4997; NGC 40, 1535, 2392, 3242, 4593, 6543, 6572, 6720, 6818, 6826, 7009, 7026, 7027, 7662; BD+30°3639), показывают, что $-9.3 \geq \lg Z \geq -12.3$, причем $\lg Z = -10.3$, т. е. $Z \sim 5 \cdot 10^{-11}$.

Таким образом, плотность диффузного излучения $\bar{\rho}_v$, величина которой с точностью до порядка определяется формулой (19), очень мала в сравнении с единицей. Более детальные расчеты показывают, что в уравнениях (12) всеми членами, зависящими от $\bar{\rho}_v$, можно пренебрегать.

Произведем оценку того члена уравнений (12), который включает β_{2i} , учитывая, таким образом, влияние самопоглощения в бальмеровских линиях.

Уход квантов в линиях из внутренних областей непрозрачной туманности может вызываться как действием дифференциального эффекта Доплера, связанного с расширением туманности, так и перераспределением квантов по частоте при элементарных актах рассеяния (уход в крыльях коэффициента поглощения).

У планетарных туманностей влияние обоих этих факторов сравнимо по величине (см. [15]), поэтому при порядковых оценках можно ограничиться учетом первого как более простого для рассмотрения.

Как известно (см., например, [16]), в случае действия эффекта Доплера

$$\beta_{ik} \approx \frac{1}{\Delta\tau_{ik}} (1 - e^{-\Delta\tau_{ik}}), \quad (23)$$

где

$$\Delta\tau_{ik} = \frac{c^3}{16\pi} \cdot \frac{\bar{S}}{u} \cdot \frac{g_k}{g_i} \cdot \frac{A_{ki}}{v_{ik}^3} n_i \left(1 - \frac{g_i}{g_k} \cdot \frac{n_k}{n_i}\right), \quad (24)$$

u — средняя термическая скорость (для водорода), а

$$\bar{S} = \frac{\Delta v_{ik}}{v_{ik}} \cdot \frac{c}{\left|\frac{\partial V_S}{\partial S}\right|} = \frac{2u}{\left|\frac{\partial V_S}{\partial S}\right|} \quad (25)$$

— средний радиус «зоны селективного лучистого взаимодействия» (Δv_{ik} — полуширина коэффициента селективного поглощения, профиль которого в рассматриваемом случае считается прямоугольным, $\left|\frac{\partial V_S}{\partial S}\right|$ — усредненная по всем направлениям величина градиента скорости расширения; из-за смещения в шкале частот, обусловленного эффектом Доплера, каждый элемент туманности может обмениваться энергией в линии лишь с веществом, лежащим в пределах зоны радиуса \bar{S}).

В частности,

$$\beta_{2i} = \frac{1}{\Delta\tau_{2i}} (1 - e^{-\Delta\tau_{2i}}). \quad (26)$$

Оценим оптическую толщину $\Delta\tau_{2i}$.

Так как при $i \geq 3$ $\frac{g_2}{g_i} \cdot \frac{n_i}{n_2} = \left(\frac{2}{i}\right)^2 \frac{b_i e^{x_i}}{b_2 e^{x_2}} \ll 1$ (у туманностей величина $b_2 e^{x_2}$ существенно больше единицы — см. ниже), то из формулы (24) следует

$$\Delta\tau_{2i} = \frac{g_i}{g_3} \left(\frac{v_{23}}{v_{2i}}\right)^3 \frac{A_{i2}}{A_{32}} \Delta\tau_{23} = 3.40 \frac{g_{2i} \Delta\tau_{23}}{i^3 (1 - 4/i^2)^4}. \quad (27)$$

Далее,

$$\frac{\Delta\tau_{23}}{\Delta\tau_{12}} = \frac{g_3 g_1}{g_2^2} \cdot \frac{A_{32}}{A_{21}} \left(\frac{v_{12}}{v_{23}}\right)^3 \frac{n_2}{n_1}, \quad (28)$$

в связи с чем, используя (4), (16) и (18), получаем

$$\Delta\tau_{23} = 76.6 \frac{p(T_e)}{T_e} Z b_2 e^{x_2} \Delta\tau_{12}. \quad (29)$$

Непрозрачность в линии L_α всегда достаточно велика, поэтому из (23) следует, что $\Delta\tau_{12} = \frac{1}{\beta_{12}}$.

Уравнение для b_2 получим из (7), положив $i=2$:

$$b_2 e^{x_2} \frac{g_{12} \beta_{12}}{3} = \sum_{k=3}^{\infty} \frac{g_{2k}}{k(k^2-4)} b_k e^{x_k} + \frac{g_{2\alpha}}{8} e^{x_2} E_1(x_2) - \sum_{k=3}^{\infty} \frac{g_{2k} (1 - \beta_{2k})}{k(k^2-4)} b_k e^{x_k}. \quad (30)$$

Чтобы преобразовать эту формулу, примем в порядке предварительного допущения, что у планетарных туманностей при $k \geq 3$ оптическая толщина $\Delta\tau_{2k}$ меньше единицы; в дальнейшем можно будет убедиться в том, что это действительно так. При этом из (23), (27) и (29) следует

$$1 - \beta_{2k} \simeq \frac{1}{2} \Delta\tau_{2k} = 1.30 \cdot 10^2 \frac{p(T_e)}{T_e} \cdot \frac{Z}{\beta_{12}} b_2 e^{x_2} \frac{k^5 g_{2k}}{(k^2-4)^4}, \quad (31)$$

в связи с чем из уравнения (30) в первом приближении находим

$$b_2^{(1)} e^{x_2} = \frac{\sum_{k=3}^{\infty} \frac{g_{2k}}{k(k^2-4)} b_k^{(0)} e^{x_k} + \frac{g_{2c}}{8} e^{x_2} E_1(x_2)}{\frac{1}{3} g_{12} \beta_{12} + 1.30 \cdot 10^2 \frac{p}{T_e} \cdot \frac{Z}{\beta_{12}} \sum_{k=3}^{\infty} \frac{k^4 g_{2k}^2}{(k^2-4)^5} b_k^{(0)} e^{x_k}} \quad (32)$$

и соответственно из (29)

$$\Delta\tau_{23} \simeq \frac{\sum_{k=3}^{\infty} \frac{g_{2k}}{k(k^2-4)} b_k^{(0)} e^{x_k} + \frac{g_{2c}}{8} e^{x_2} E_1(x_2)}{3.12 \cdot 10^{-3} \frac{T_e}{p} \cdot \frac{\beta_{12}^2}{Z} + 1.70 \sum_{k=3}^{\infty} \frac{k^4 g_{2k}^2}{(k^2-4)^5} b_k^{(0)} e^{x_k}} \quad (33)$$

Произведем численные оценки для температуры $T_e = 10\,000^\circ$, воспользовавшись в качестве нулевого приближения результатами Ситона [3]. В этом случае

$$\sum_{k=3}^{\infty} \frac{g_{2k}}{k(k^2-4)} b_k^{(0)} e^{x_k} = 0.0580, \quad \sum_{k=3}^{\infty} \frac{k^4 g_{2k}^2}{(k^2-4)^5} b_k^{(0)} e^{x_k} = 0.0104,$$

$$b_2^{(1)} e^{x_2} = \frac{0.0841}{0.239 \beta_{12} + 5.94 \cdot 10^{-5} Z / \beta_{12}}, \quad (34)$$

$$\Delta\tau_{23} \simeq \frac{0.0841}{0.507 \cdot 10^2 \beta_{12}^2 / Z + 0.0176}; \quad (35)$$

здесь

$$\beta_{12} = \frac{1}{\Delta\tau_{12}} = \frac{8\pi}{c^3} \cdot \frac{g_1}{g_2} v_{12}^3 \frac{1}{n_1 A_{21}} \left| \frac{\partial V_S}{\partial S} \right|, \quad (36)$$

где

$$\left| \frac{\partial V_S}{\partial S} \right| = \left| \sin^2 \vartheta \frac{dV}{dr} + \cos^2 \vartheta \frac{V}{r} \right| = \frac{1}{3} \frac{dV}{dr} + \frac{2}{3} \frac{V}{r} \simeq \frac{V}{r}. \quad (37)$$

Так как

$$\frac{1}{n_1} = \frac{\alpha_{1c} \Delta r}{\tau_{1c}^0}, \quad \frac{\Delta r}{\bar{r}} = 2 \frac{1 - r_1/r_2}{1 + r_1/r_2},$$

то среднее для зоны НII значение величины β_{12} есть

$$\bar{\beta}_{12} \simeq 1.0 \cdot 10^{-5} \frac{1 - r_1/r_2}{1 + r_1/r_2} \cdot \frac{V}{\tau_{1c}^0}, \quad (38)$$

где скорость V выражена в км/сек. В результате рассмотрения 12 туманностей с измеренными величинами r_1/r_2 и V можно заключить, что $2 \cdot 10^{-4} \geq \tau_{1c}^0 \bar{\beta}_{12} \geq 2 \cdot 10^{-5}$; $(\tau_{1c}^0 \bar{\beta}_{12}) \simeq 8 \cdot 10^{-5}$. У оптически толстых туманностей $\tau_{1c}^0 \simeq 7-8$ (при таких значениях τ_{1c} степень ионизации падает до 0.5, что можно считать условием границы зоны НII — см., например, [17]), а у оптически тонких эта величина доходит до 0.1 (см. [18]) и, возможно, даже до 0.01. Таким образом, область реальных значений $\bar{\beta}_{12}$ есть $2 \cdot 10^{-2} \geq \bar{\beta}_{12} \geq 3 \cdot 10^{-6}$. Границы для параметра Z были уже получены ранее. В итоге находим, что у планетарных туманностей

$$b_2^{(1)} e^{x_2} \geq 20, \quad \Delta\tau_{23} \leq 0.09. \quad (39)$$

Эти крайние значения в действительности могут быть несколько меньше, так как, благодаря уходу квантов L_α в крыльях коэффициента поглощения, параметр β_{12} больше (на множитель порядка 1), чем здесь принято.

Из всего изложенного следует, что член, контролирующий влияние самопоглощения

$$\frac{g_{2i}}{2A_i} \cdot \frac{1 - \beta_{2i}}{i^2 - 4} \simeq 0.85 \frac{g_{2i}}{A_i} \cdot \frac{\Delta\tau_{23}}{i^5 (1 - 4/i^2)^5}, \quad (40)$$

при всех $i \geq 3$ пренебрежимо мал в сравнении с единицей.

Результаты проведенного анализа можно резюмировать следующим образом: а) диффузное излучение туманности за границами субординатных серий не влияет на населенности уровней водородного атома; б) в случае планетарных туманностей самопоглощение во всех бальмеровских линиях пренебрежимо мало и не влияет на населенности уровней и интенсивности спектральных линий.

Таким образом, из уравнений (12) следует, что единственным членом, способным давать поправки к теоретическому рекомбинационному декременту, является член, учитывающий уход части лаймановских квантов из внутренних областей туманности, в связи с чем

$$\theta_i^{(1)} = \left(1 + \frac{1}{A_i} \cdot \frac{g_{1i}\beta_{1i}}{i^2 - 1}\right)^{-1}, \quad i = 3, 4, 5, \dots \quad (41)$$

Приближения более высоких порядков получаются путем последовательного введения поправок в величины $\theta_i^{(1)}$

$$\theta_i^{(l)} - \theta_i^{(l-1)} \equiv \Delta\theta_i^{(l)} = \frac{\theta_i^{(1)}}{A_i b_i^{(0)} e^{x_i}} \sum_{k=i+1}^{\infty} \frac{g_{ik} b_k^{(0)} e^{x_k}}{k(k^2 - i^2)} \Delta\theta_k^{(l-1)} \quad (42)$$

(эту формулу легко получить из уравнения (9), учитывая все сказанное выше).

§ 4. СЛУЧАЙ РАСШИРЕНИЯ СО СКОРОСТЬЮ, НАМНОГО ПРЕВЫШАЮЩЕЙ СРЕДНЮЮ ТЕПЛОВУЮ

Скорости расширения планетарных туманностей лишь в 1.5—2 раза больше средних тепловых скоростей их водородных атомов. Поэтому при вычислении поправочных множителей по формуле (41) следует принимать во внимание как эффект Доплера, так и перераспределение квантов по частоте при рассеянии.

Рассмотрим сначала идеализированный случай туманности, у которой $V \gg u$ (что соответствует прямоугольной стилизации коэффициентов селективного рассеяния). Эта простая модель, учитывающая действие одного лишь эффекта Доплера, позволяет в принципе полностью осветить обсуждаемую здесь проблему.

Из формулы (24) следует, что

$$\Delta\tau_{1i} = \frac{g_i}{g_2} \left(\frac{v_{12}}{v_{1i}}\right)^3 \frac{A_{i1}}{A_{21}} \Delta\tau_{12} = \frac{3^4}{2^5} \cdot \frac{g_{1i}}{g_{12}} \cdot \frac{i^5}{(i^2 - 4)^4} \cdot \frac{1}{\beta_{12}}; \quad (43)$$

использовав соотношение (23), взамен уравнения (41) окончательно получаем

$$\theta_i^{(1)} = \left\{ 1 + 0.283 \beta_{12} \frac{i}{A_i} \left(1 - \frac{1}{i^2}\right)^3 \left[1 - \exp\left(-\frac{3.532}{\beta_{12}} \cdot \frac{g_{1i}}{i^3 \left(1 - \frac{1}{i^2}\right)^4}\right) \right] \right\}^{-1}. \quad (44)$$

Относительные интенсивности линий серии Бальмера (бальмеровский декремент) рассчитываются по формуле

$$\frac{I_{i2}}{I_{42}} = \frac{\nu_{i2}}{\nu_{42}} \cdot \frac{A_{i2}}{A_{42}} \cdot \frac{n_i \beta_{2i}}{n_4 \beta_{24}} = \frac{64}{i^3} \cdot \frac{g_{i2}}{g_{42}} \cdot \frac{b_i e^{x_i}}{b_4 e^{x_4}}. \quad (45)$$

Следовательно,

$$\frac{I_{i2}}{I_{42}} = \frac{I_{i2}^{(0)}}{I_{42}^{(0)}} \Phi_i, \quad (46)$$

где индекс «0» соответствует «классическому» небулярному декременту, а

$$\Phi_i \equiv \frac{\theta_i}{\theta_4} \quad (47)$$

— поправочный множитель. Он одинаков для всех спектральных

серий атома водорода при условии, что интенсивности всех линий выражаются в единицах H_β .

Необходимые для расчетов величины $\frac{1}{A_i}$, определяемые формулой (11), приводятся в табл. 1.

Интервал возможных значений параметра β_{12} был установлен в предыдущем разделе. Ход поправочной функции $\Phi_i^{(1)}$ для ряда значений β_{12} представлен на рис. 2, из которого видно следующее:

а) в области низких членов серии Бальмера исправленный теоретический декремент круче «классического»; при уменьшении параметра β_{12} этот эффект охватывает все большее число линий;

б) при сравнительно больших значениях β_{12} (малых оптических толщинах τ_{1c}^0) спад интенсивностей в наблюдаемой области высоких членов серии Бальмера (вплоть до $H_{30} - H_{35}$) является более пологим, чем в случае «В». С уменьшением β_{12} (ростом τ_{1c}^0) для тех же линий картина меняется на противоположную (эффект уменьшения крутизны перемещается в область высших членов серии, не поддающихся наблюдению).

Обе эти особенности поправочного множителя Φ_i качественно объясняют существующие невязки между рекомбинационной теорией и наблюдениями.

Действительно, при исправлении наблюдаемого декремента за межзвездное покраснение обычно добиваются удовлетворительного согласия наблюдаемых и теоретических интенсивностей первых бальмеровских линий (на практике чаще всего H_β , H_γ , H_δ). Использование при этом не-

ТАБЛИЦА 1

i	$1/A_i$	i	$1/A_i$	i	$1/A_i$
3	13.21	9	34.25	15	71.94
4	14.12	10	39.53	16	79.37
5	16.95	11	45.25	17	86.96
6	20.53	12	51.28	18	94.34
7	24.63	13	57.80	19	103.3
8	29.24	14	64.52	20	111.2

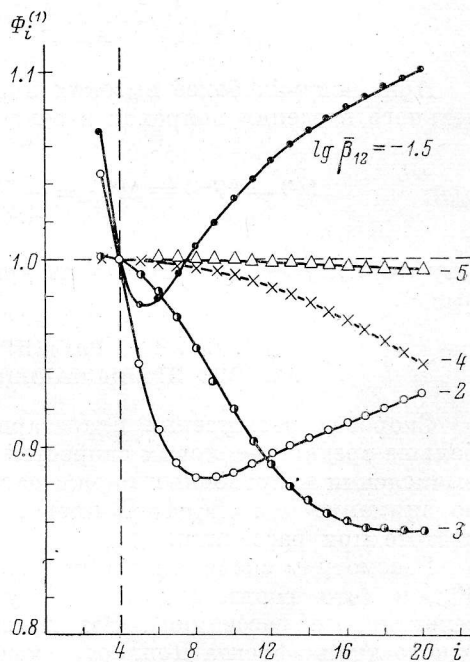


Рис. 2. Поправочный множитель $\Phi_i^{(1)}$ в случае расширения с большой скоростью ($V \gg u$).

достаточно крутого «классического» декремента ведет к «переисправлению» наблюдаемых относительных интенсивностей и, как следствие, к преувеличению яркости высоких членов серии Бальмера по отношению к H_β . Этот эффект проявляется при относительно больших значениях β_{12} ; величина его в каждом случае зависит лишь от главного квантового числа i , причем прогрессивному росту уклонений теоретических интенсивностей от наблюдаемых способствует также более крутой, чем должно быть, ход неисправленного теоретического декремента в области больших i .

Более резкий спад теоретического декремента в начале серии Бальмера, имеющий переменную (в зависимости от величины β_{12}) крутизну, качественно объясняет также невязки на диаграмме Остерброка: с изменением β_{12} теоретическая точка описывает в плоскости $(\lg \frac{H_\alpha}{H_\beta}, \lg \frac{H_\beta}{H_\gamma})$ некоторую кривую, расположенную ниже линии покраснения и расширяющую «разрешенную» область диаграммы как раз в нужном направлении.

§ 5. РАСШИРЕНИЕ СО СКОРОСТЬЮ ПОРЯДКА ТЕПЛОЙ. СРЕДНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ β_{1i} ВЫХОДА ЛАЙМАНОВСКИХ КВАНТОВ ИЗ ТУМАННОСТИ

Из определения (3) следует, что

$$\beta_{1i} = 1 - \frac{n_1 B_{1i} \rho_{1i}}{n_i A_{i1}} \quad (48)$$

(отрицательным поглощением, как и ранее, пренебрегаем).

Используя коэффициенты излучения $\varepsilon_{1i}(\nu)$ и поглощения $k_{1i}(\nu)$, имеем

$$n_1 B_{1i} \rho_{1i} = \frac{n_1}{h\nu_{1i}} \int d\nu \int k_{1i}(\nu) I_\nu d\omega, \quad (49)$$

$$n_i A_{i1} = \frac{4\pi}{h\nu_{1i}} \int \varepsilon_{1i}(\nu) d\nu. \quad (50)$$

Примем допущение о полностью некогерентном рассеянии

$$\varepsilon_{1i}(\nu) = n_1 k_{1i}(\nu) S_{1i} \quad (51)$$

(S_{1i} не меняется в пределах линии) и положим, что коэффициент поглощения имеет доплеровский тепловой профиль

$$k_{1i}(\nu) = k_{1i}^0 \alpha(x) \equiv k_{1i}^0 e^{-x^2}, \quad x \equiv \frac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu_D} \quad (52)$$

(ν_0 — центральная частота, $\Delta\nu_D$ — доплеровская полуширина).

Допустим также, что в отношении проблемы лучистого переноса зона III туманности может рассматриваться как геометрически тонкий сферический слой (для которого приемлемо «плоское» приближение). При этом

$$\beta_{1i} = 1 - \frac{A}{S_{1i}} \int_{-\infty}^{\infty} dx \int \alpha(x) I_\nu \frac{d\omega}{4\pi}, \quad (53)$$

где

$$\frac{1}{A} \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \alpha(x) dx = \sqrt{\pi}, \quad (54)$$

а функция S_{1i} определяется путем совместного решения уравнения переноса и условия лучистого равновесия для рассматриваемой линии. Последнее получается из соответствующего уравнения стационарности

$$n_i A_{i1} - n_1 B_{1i} \rho_{1i} + n_i \sum_{k=2}^{i-1} A_{ik} \beta_{ki} = \sum_{k=i+1}^{\infty} n_k A_{ki} \beta_{ik} + n_e n^+ C_i, \quad (55)$$

где $i \geq 3$. Если учесть, что в субординатных сериях туманность полностью прозрачна ($\beta = 1$) и что

$$n_e n^+ C_i + \sum_{k=i+1}^{\infty} n_k A_{ki} \simeq n_e n^+ \left[C_i + \sum_{k=i+1}^{\infty} A_{ki} \frac{\sum_{l=k}^{\infty} C_l Q_{lk}}{\sum_{l=2}^{k-1} A_{kl}} \right] \equiv n_e n^+ F_i(T_e), \quad (56)$$

где Q_{lk} — элементы каскадной матрицы Ситона [3], то из уравнения (55) при помощи соотношений (49)–(52) легко найти

$$S_{1i} = \Lambda_{1i} A \int_{-\infty}^{\infty} dx \int \alpha(x) I_\nu \frac{d\omega}{4\pi} + S_{1i}^{(0)}. \quad (57)$$

Здесь

$$S_{1i}^{(0)} \equiv \Lambda_{1i} A \frac{h\nu_{1i}}{4\pi} \cdot \frac{n_e n^+}{n_1} F_i(T_e), \quad (58)$$

а

$$\Lambda_{1i} \equiv \frac{1}{1 + \frac{1}{A_{i1}} \sum_{k=2}^{i-1} A_{ik}} \quad (59)$$

— вероятность «выживания» кванта $h\nu_{1i}$ при рассеянии.

Из соотношений (53) и (57) находим

$$\beta_{1i} = 1 - \frac{1}{\Lambda_{1i}} + \frac{1}{\Lambda_{1i}} \cdot \frac{S_{1i}^{(0)}}{S_{1i}}. \quad (60)$$

Приближенное решение уравнения переноса при условии лучистого равновесия типа (57) для случая геометрически тонкой расширяющейся туманности хорошо известно (см. [19], [15], [20]) и имеет вид

$$S_{1i}(\tau) = \frac{S_{1i}^{(0)}(\tau)}{1 - \Lambda_{1i} + \frac{1}{2} \Lambda_{1i} [L(\tau) + L(\tau_{1i} - \tau)]}. \quad (61)$$

Здесь $\tau = \int_{r_1}^r n_1 k_{1i}^0 dr$ — оптическое расстояние от внутренней границы туманности, τ_{1i} — полная оптическая толщина зоны НII,

$$L(\tau) \equiv A \int_0^1 d\mu \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\int_0^\tau \alpha\left(x + \frac{1}{u} \cdot \frac{\partial V_z}{\partial z} \Delta z\right) \frac{dt}{\mu}} \alpha(x) dx, \quad (62)$$

$\Delta z = \frac{\Delta r}{\mu}$ — расстояние от внутренней границы по направлению z , составляющему угол $\arccos \mu$ с нормалью, $\frac{\partial V_z}{\partial z}$ — производная проекции скорости расширения $V(r)$ на луч z по направлению z .

Подставив (61) в (60), находим

$$\beta_{1i}(\tau) = \frac{1}{2} [L(\tau) + L(\tau_{1i} - \tau)]. \quad (63)$$

Такая же формула получается в теории поля L_α -излучения (где $\Lambda = 1$). Она оказывается пригодной и для остальных лаймановских линий: вероятность выхода кванта $h\nu_{1i}$ из среды не зависит от вероятности Λ_{1i} его выживания при однократном рассеянии (подробное рассмотрение здесь этого вопроса вызвано тем, что, согласно Каприотти, средняя доля квантов $h\nu_{1i}$, уходящая из туманности, зависит от вероятности выживания Λ_{1i} — см. [21], стр. 1114—1116).

Среднюю для туманности величину β_{1i} можно определить соотношением

$$\bar{\beta}_{1i} = \frac{1}{\tau_{1i}} \int_0^{\tau_{1i}} \beta_{1i}(\tau) d\tau = \frac{1}{\tau_{1i}} \int_0^{\tau_{1i}} L(\tau) d\tau. \quad (64)$$

В отличие от трактовки условий лучистого переноса при рассмотрении поля скоростей будем учитывать кривизну слоев, которая существенно отражается на средней величине дифференциального эффекта Доплера. В случае сферической симметрии

$$\frac{\partial V_z}{\partial z} = \mu^2 \frac{dV}{dr} + (1 - \mu^2) \frac{V}{r}. \quad (65)$$

В целях упрощения допустим, что в пределах зоны III

$$\frac{V(r)}{r} = \frac{\bar{V}}{\bar{r}} = \text{const}, \quad (66)$$

причем по физическим условиям она однородна. В таком случае

$$\frac{\partial V_z}{\partial z} \Delta z = \bar{V} \frac{\Delta r}{\bar{r}} \cdot \frac{1}{\mu} \simeq \frac{\bar{V}}{\mu} \cdot \frac{r_2 - r_1}{\bar{r}} \cdot \frac{\tau}{\tau_{1i}} = 2 \frac{1 - r_1/r_2}{1 + r_1/r_2} \cdot \frac{\bar{V}}{\mu} \cdot \frac{\tau}{\tau_{1i}} \quad (67)$$

(равенства (66) и (67) совместны, строго говоря, лишь для геометрически тонкой туманности; при этом достаточно удовлетворительным является, по-видимому, и само допущение (66)).

В силу (62) и (67) формула (64) приобретает вид

$$\bar{\beta}_{1i} = \frac{1}{\sqrt{\pi} \tau_{1i}} \int_0^{\tau_{1i}} d\tau \int_0^1 d\mu \int_{-\infty}^{\tau} e^{-\int_0^{\tau} \alpha(x + \gamma \frac{t}{\mu}) \frac{dt}{\mu}} \alpha(x) dx, \quad (68)$$

где

$$\gamma \equiv Q/\tau_{1i}, \quad (69)$$

а

$$Q \equiv 2 \frac{1 - r_1/r_2}{1 + r_1/r_2} \cdot \frac{V}{u}. \quad (70)$$

У реальных туманностей величина Q не слишком сильно отличается от единицы (варьируется в пределах $0.3 \div 3.0$).

После ряда несложных преобразований получаем

$$\begin{aligned} \beta_{1i} &= \frac{1}{2\sqrt{\pi}\tau_{1i}} \int_{-\infty}^{\infty} \left(1 - 2 \int_0^1 e^{-\frac{1}{\gamma} \int_x^{x+\gamma\tau_{1i}/\mu} \alpha(y) dy} \mu d\mu \right) dx = \\ &= \frac{1}{2\sqrt{\pi}\tau_{1i}} \int_{-\infty}^{\infty} \left(1 - e^{-\frac{1}{\gamma} \int_x^{x+\gamma\tau_{1i}} \alpha(y) dy} \right) dx + \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \alpha(x) dx \int_0^1 e^{-\frac{1}{\gamma} \int_x^{x+\gamma\tau_{1i}/\mu} \alpha(y) dy} d\mu. \end{aligned} \quad (71)$$

Выполняя в интеграле по переменной μ приближенную квадратуру посредством дифференцирования в конечных точках интервала (см. [22]) и ограничиваясь при этом четырьмя краевыми значениями (увеличение их числа ведет к незначительному повышению формальной точности), получаем

$$\begin{aligned} \beta_{1i} &\simeq \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \left[\frac{\gamma}{2} (1 - e^{-\sqrt{\pi}/\gamma}) + \frac{1}{\tau_{1i}} \int_{-\infty}^{\infty} \left(1 - e^{-\frac{1}{\gamma} \int_x^{x+\gamma\tau_{1i}} \alpha(y) dy} \right) dx + \right. \\ &+ \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{\gamma} \int_x^{x+\gamma\tau_{1i}} \alpha(y) dy} \alpha(x) dx - \frac{\tau_{1i}}{12} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{\gamma} \int_x^{x+\gamma\tau_{1i}} \alpha(y) dy} \alpha^2(x) dx + \\ &+ \frac{\gamma\tau_{1i}}{6} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{\gamma} \int_x^{x+\gamma\tau_{1i}} \alpha(y) dy} \alpha(x) x dx. \end{aligned} \quad (72)$$

Разложим экспоненту $e^{-\frac{1}{\gamma} \int_x^{x+\gamma\tau_{1i}} \alpha(y) dy}$ в ряд по степеням параметра γ и при квадратурах по переменной x удержим члены до второго порядка включительно. Выполнив ряд несложных тождественных преобразований, находим

$$\begin{aligned} \beta_{1i} &\simeq \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \left\{ \frac{Q}{2\tau_{1i}} \left(1 - e^{-\sqrt{\pi}\frac{\tau_{1i}}{Q}} \right) - \frac{8}{3} \tau_{1i} \int_0^{\infty} \left[\left(1 - \frac{Q^2}{2} \right) e^{-\tau_{1i}\alpha(x)} - \right. \right. \\ &- \left. \frac{\tau_{1i}}{8} \left(1 - \frac{7}{6} Q^2 \right) e^{-\tau_{1i}\alpha(x)} \alpha(x) - \frac{Q^2\tau_{1i}^2}{96} e^{-\tau_{1i}\alpha(x)} \alpha^2(x) \right] \alpha^2(x) x^2 dx + \\ &+ \left. \frac{3}{\tau_{1i}} \int_0^{\infty} (1 - e^{-\tau_{1i}\alpha(x)}) dx. \right\} \end{aligned} \quad (73)$$

В первом из остающихся интегралов производим замену переменной

$$\tau_{1i}\alpha(x) = y \quad (74)$$

и применим к нему гауссову квадратуру по трем ординатам со смещенными узлами.

Второй интеграл при малых τ_{1i} вычисляется путем разложения подынтегральной функции по степеням τ_{1i} ; при больших τ_{1i} делим интервал

интегрирования на две части числом $2\sqrt{\ln \tau_{1i}}$, в первом из полученных интервалов производим замену (74) с последующей гауссовой квадратурой (по трем ординатам), а во втором прибегаем к разложению подынтегральной функции в ряд.

Окончательно получаем

$$\begin{aligned} \bar{\beta}_{1i} \simeq & \frac{Q}{4\sqrt{\pi}\tau_{1i}} (1 - e^{-\sqrt{\pi}\tau_{1i}/Q}) - \left(1 - \frac{1}{2}Q^2\right) \tau_{1i} \sum_{k=1}^3 p_k e^{-d_k \tau_{1i}} + \\ & + \left(1 - \frac{7}{6}Q^2\right) \tau_{1i}^2 \sum_{k=1}^3 q_k e^{-d_k \tau_{1i}} + Q^2 \tau_{1i}^3 \sum_{k=1}^3 r_k e^{-d_k \tau_{1i}} + f(\tau_{1i}), \end{aligned} \quad (75)$$

где

при больших τ_{1i} ($\tau_{1i} \geq Q$)

$$\begin{aligned} f(\tau_{1i}) = & \frac{3}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{\sqrt{\ln \tau_{1i}}}{\tau_{1i}} (1 - e^{-1/\tau_{1i}^3}) + \frac{3}{4} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\tau_{1i}^n}{(n+1)!} \cdot \frac{1 - \operatorname{erf} 2\sqrt{(n+1)\ln \tau_{1i}}}{\sqrt{n+1}} + \\ & + \left(1 - \frac{1}{\tau_{1i}^4}\right) \sum_{k=1}^3 a_k \sqrt{b_k - \ln(1 + c_k/\tau_{1i}^4)} e^{-(1+c_k/\tau_{1i}^4)d_k \tau_{1i}}, \end{aligned} \quad (76)$$

при малых τ_{1i} ($\tau_{1i} \leq Q$)

$$f(\tau_{1i}) = \frac{3}{4} \left[1 - \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\tau_{1i}^n}{(n+1)! \sqrt{n+1}} \right], \quad (77)$$

а значения коэффициентов приведены в табл. 2.

ТАБЛИЦА 2

k	a_k	b_k	c_k	d_k	p_k	q_k	r_k
1	0.2379	2.1629	7.696	0.115	0.01788	0.0002571	0.000002463
2	0.3705	0.6931	1.000	0.500	0.06854	0.004284	0.0001785
3	0.2379	0.1222	0.1299	0.855	0.03271	0.003619	0.0002669

Вычисленные по этим формулам средние «вероятности ускользания» $\bar{\beta}_{1i}$ даны в табл. 3, аргументами которой являются параметры Q и τ_{12} (оптическая толщина туманности в центре линии L_α); величины τ_{1i} и τ_{12} связаны очевидной зависимостью

$$\tau_{1i} = \frac{k_{1i}^0}{k_{12}^0} \tau_{12} = \frac{g_i}{g_2} \left(\frac{\nu_{12}}{\nu_{1i}}\right)^3 \frac{A_{i1}}{A_{21}} \tau_{12}. \quad (78)$$

Из табл. 3 следует, что по мере перехода к высоким членам серии Лаймана «просветление» в линиях наступает очень быстро, если оптическая толщина τ_{12} не слишком велика. В действительности этот эффект должен быть выражен еще резче, так как в принятой «плоской» модели туманности невозможен уход квантов в направлениях, составляющих малые углы с поверхностью расслоения (в случае сферы вероятности $\bar{\beta}$ оказываются большими, чем для плоского слоя [21]).

ТАБЛИЦА 3

Вероятности \bar{p}_{1i}

$i \backslash \lg \tau_{12}$	2.0	2.25	2.5	2.75	3.0	3.5	4.0
$Q=0.5$							
3	0.029	0.005	0.002	0.001	0.001	0.000	0.000
4	0.160	0.077	0.022	0.004	0.002	0.000	0.000
5	0.314	0.191	0.100	0.035	0.007	0.001	0.000
6	0.461	0.316	0.198	0.102	0.036	0.001	0.001
7	0.583	0.435	0.297	0.180	0.091	0.006	0.001
8	0.680	0.540	0.401	0.263	0.150	0.020	0.002
9	0.754	0.633	0.492	0.349	0.218	0.047	0.003
10	0.808	0.704	0.572	0.429	0.287	0.085	0.005
11	0.850	0.761	0.642	0.502	0.358	0.125	0.011
12	0.880	0.806	0.700	0.569	0.425	0.169	0.023
13	0.904	0.841	0.748	0.627	0.486	0.214	0.045
14	0.922	0.869	0.789	0.678	0.543	0.261	0.070
15	0.936	0.891	0.822	0.722	0.594	0.307	0.097
16	0.946	0.908	0.849	0.759	0.640	0.356	0.124
17	0.954	0.923	0.870	0.791	0.681	0.401	0.153
18	0.962	0.934	0.888	0.818	0.717	0.445	0.183
19	0.968	0.944	0.904	0.841	0.749	0.485	0.214
20	0.971	0.951	0.916	0.861	0.777	0.524	0.245
$Q=1$							
3	0.043	0.010	0.003	0.001	0.001	0.000	0.000
4	0.192	0.099	0.034	0.007	0.003	0.001	0.000
5	0.365	0.225	0.125	0.051	0.012	0.002	0.001
6	0.528	0.367	0.232	0.129	0.052	0.003	0.001
7	0.655	0.506	0.345	0.214	0.112	0.010	0.002
8	0.748	0.616	0.462	0.308	0.181	0.031	0.003
9	0.813	0.704	0.562	0.405	0.257	0.066	0.005
10	0.858	0.769	0.644	0.493	0.335	0.108	0.009
11	0.891	0.819	0.712	0.572	0.415	0.153	0.020
12	0.915	0.856	0.766	0.640	0.489	0.203	0.038
13	0.932	0.885	0.808	0.698	0.554	0.252	0.062
14	0.945	0.906	0.843	0.746	0.614	0.306	0.091
15	0.955	0.923	0.870	0.785	0.666	0.358	0.120
16	0.963	0.936	0.891	0.818	0.710	0.413	0.152
17	0.969	0.946	0.907	0.845	0.748	0.463	0.184
18	0.974	0.954	0.921	0.866	0.781	0.511	0.219
19	0.977	0.961	0.932	0.885	0.809	0.555	0.252
20	0.981	0.966	0.942	0.900	0.833	0.595	0.288
$Q=2$							
3	0.091	0.023	0.006	0.003	0.002	0.001	0.000
4	0.295	0.173	0.077	0.017	0.006	0.002	0.001
5	0.509	0.334	0.198	0.105	0.030	0.003	0.001
6	0.680	0.513	0.347	0.215	0.107	0.007	0.002
7	0.790	0.659	0.488	0.330	0.195	0.025	0.003
8	0.857	0.759	0.617	0.442	0.281	0.071	0.005
9	0.899	0.826	0.711	0.554	0.379	0.127	0.009
10	0.926	0.871	0.782	0.647	0.474	0.185	0.021
11	0.944	0.902	0.832	0.720	0.566	0.245	0.049
12	0.957	0.925	0.869	0.778	0.642	0.308	0.085
13	0.966	0.941	0.896	0.822	0.704	0.376	0.122
14	0.973	0.952	0.917	0.856	0.757	0.439	0.162
15	0.978	0.961	0.932	0.882	0.798	0.501	0.203
16	0.982	0.968	0.944	0.902	0.831	0.563	0.244
17	0.985	0.973	0.953	0.918	0.857	0.616	0.286
18	0.987	0.977	0.960	0.931	0.879	0.664	0.330
19	0.989	0.981	0.966	0.941	0.897	0.705	0.371
20	0.990	0.984	0.971	0.949	0.911	0.739	0.417

ТАБЛИЦА 3 (продолжение)

$i \backslash \lg \tau_{12}$	2.0	2.25	2.5	2.75	3.0	3.5	4.0
$Q=3$							
3	0.156	0.040	0.009	0.005	0.003	0.001	0.000
4	0.446	0.286	0.132	0.030	0.009	0.002	0.001
5	0.708	0.506	0.334	0.179	0.051	0.006	0.002
6	0.880	0.707	0.510	0.338	0.181	0.012	0.003
7	0.957	0.860	0.683	0.482	0.316	0.043	0.005
8	0.988	0.938	0.822	0.628	0.432	0.121	0.008
9	0.996	0.975	0.903	0.756	0.550	0.215	0.016
10	0.999	0.993	0.952	0.848	0.667	0.303	0.037
11	1.00	0.997	0.980	0.910	0.768	0.383	0.082
12	1.00	0.999	0.992	0.950	0.845	0.462	0.145
13	1.00	1.00	0.997	0.974	0.898	0.543	0.208
14	1.00	1.00	0.999	0.988	0.936	0.625	0.270
15	1.00	1.00	1.00	0.996	0.962	0.698	0.327
16	1.00	1.00	1.00	0.998	0.979	0.765	0.381
17	1.00	1.00	1.00	0.999	0.990	0.820	0.433
18	1.00	1.00	1.00	1.00	0.995	0.864	0.485
19	1.00	1.00	1.00	1.00	0.997	0.898	0.543
20	1.00	1.00	1.00	1.00	0.999	0.925	0.599

ТАБЛИЦА 4

Числа $\theta_i^{(1)} = b_i^{(1)}/b_i^{(0)}$

$i \backslash \lg \tau_{12}$	2.0	2.25	2.5	2.75	3.0	3.5	4.0
$Q=1$							
3	0.949	0.987	0.996	0.999	0.999	1.000	1.000
4	0.876	0.932	0.976	0.995	0.998	0.999	1.000
5	0.831	0.889	0.935	0.973	0.993	0.999	1.000
6	0.803	0.855	0.903	0.943	0.977	0.999	1.000
7	0.790	0.829	0.877	0.920	0.956	0.996	0.999
8	0.784	0.815	0.855	0.898	0.937	0.989	0.999
9	0.784	0.807	0.840	0.879	0.920	0.978	0.998
10	0.786	0.807	0.831	0.865	0.904	0.967	0.997
11	0.789	0.803	0.824	0.854	0.890	0.956	0.994
12	0.793	0.804	0.821	0.846	0.878	0.945	0.989
13	0.797	0.805	0.819	0.840	0.868	0.935	0.983
14	0.800	0.807	0.818	0.836	0.861	0.925	0.977
15	0.804	0.809	0.818	0.833	0.855	0.916	0.970
16	0.807	0.812	0.819	0.831	0.850	0.907	0.963
17	0.811	0.815	0.821	0.831	0.847	0.900	0.957
18	0.815	0.818	0.823	0.832	0.845	0.893	0.951
19	0.818	0.820	0.825	0.832	0.844	0.887	0.945
20	0.820	0.822	0.826	0.833	0.843	0.883	0.940
$Q=3$							
3	0.835	0.950	0.989	0.994	0.996	0.999	1.000
4	0.754	0.826	0.912	0.978	0.993	0.999	0.999
5	0.718	0.781	0.844	0.910	0.973	0.997	0.999
6	0.710	0.753	0.809	0.864	0.923	0.994	0.999
7	0.720	0.741	0.782	0.836	0.888	0.983	0.998
8	0.734	0.743	0.768	0.812	0.863	0.957	0.997
9	0.747	0.751	0.765	0.796	0.842	0.932	0.995
10	0.759	0.760	0.768	0.788	0.825	0.912	0.988
11	0.776	0.770	0.773	0.786	0.813	0.897	0.976
12	0.778	0.778	0.779	0.787	0.806	0.883	0.961
13	0.785	0.785	0.786	0.790	0.803	0.870	0.946

ТАБЛИЦА 4 (продолжение)

i	$\lg \tau_{12}$	2.0	2.25	2.5	2.75	3.0	3.5	4.0
		14	0.791	0.791	0.791	0.794	0.802	0.858
15	0.796	0.796	0.796	0.798	0.803	0.848	0.923	
16	0.801	0.801	0.801	0.802	0.805	0.840	0.913	
17	0.806	0.806	0.806	0.806	0.808	0.835	0.906	
18	0.810	0.810	0.810	0.810	0.812	0.832	0.898	
19	0.815	0.815	0.815	0.815	0.815	0.830	0.889	
20	0.818	0.818	0.818	0.818	0.818	0.829	0.882	

ТАБЛИЦА 5
Числа θ_i при $Q=2$

i	$\lg \tau_{12}$	2.0		2.25		2.5		2.75
		$\theta_i^{(1)}$	$\theta_i^{(2)}$	$\theta_i^{(1)}$	$\theta_i^{(2)}$	$\theta_i^{(1)}$	$\theta_i^{(2)}$	$\theta_i^{(1)}$
3	0.897	0.791	0.972	0.887	0.992	0.934	0.996	
4	0.882	0.725	0.887	0.803	0.946	0.878	0.988	
5	0.779	0.692	0.844	0.762	0.901	0.830	0.945	
6	0.760	0.680	0.809	0.731	0.861	0.790	0.909	
7	0.757	0.683	0.789	0.716	0.835	0.766	0.882	
8	0.760	0.690	0.782	0.713	0.815	0.748	0.860	
9	0.766	0.699	0.781	0.715	0.804	0.740	0.842	
10	0.773	0.708	0.784	0.721	0.801	0.739	0.830	
11	0.779	0.717	0.787	0.726	0.801	0.741	0.822	
12	0.786	0.726	0.791	0.732	0.801	0.743	0.818	
13	0.791	0.733	0.795	0.738	0.803	0.746	0.816	
14	0.796	0.739	0.799	0.743	0.805	0.750	0.816	
15	0.800	0.745	0.803	0.749	0.808	0.754	0.816	
16	0.804	0.750	0.806	0.753	0.811	0.758	0.817	
17	0.808	0.756	0.810	0.759	0.814	0.763	0.819	
18	0.812	0.761	0.814	0.764	0.817	0.767	0.821	
19	0.816	0.765	0.817	0.768	0.820	0.771	0.823	
20	0.819	0.768	0.820	0.772	0.822	0.774	0.825	

ТАБЛИЦА 5 (продолжение)

i	$\lg \tau_{12}$	2.75	3.0		3.5		4.0	
		$\theta_i^{(2)}$	$\theta_i^{(1)}$	$\theta_i^{(2)}$	$\theta_i^{(1)}$	$\theta_i^{(2)}$	$\theta_i^{(1)}$	$\theta_i^{(2)}$
3	0.961	0.997	0.975	0.999	0.991	1.000	0.996	
4	0.947	0.996	0.965	0.999	0.987	0.999	0.994	
5	0.887	0.983	0.942	0.998	0.982	0.999	0.993	
6	0.849	0.952	0.905	0.997	0.976	0.999	0.992	
7	0.821	0.927	0.876	0.990	0.964	0.999	0.990	
8	0.798	0.907	0.854	0.975	0.944	0.998	0.987	
9	0.781	0.886	0.832	0.959	0.925	0.997	0.983	
10	0.770	0.870	0.816	0.945	0.907	0.993	0.976	
11	0.764	0.855	0.801	0.932	0.892	0.985	0.965	
12	0.761	0.845	0.791	0.919	0.877	0.977	0.954	
13	0.760	0.838	0.785	0.907	0.863	0.968	0.943	
14	0.761	0.834	0.781	0.895	0.850	0.959	0.932	
15	0.762	0.831	0.779	0.885	0.840	0.951	0.922	
16	0.765	0.829	0.778	0.877	0.831	0.943	0.913	
17	0.768	0.829	0.779	0.871	0.826	0.936	0.904	
18	0.771	0.830	0.781	0.865	0.820	0.929	0.896	
19	0.774	0.830	0.783	0.861	0.816	0.922	0.889	
20	0.777	0.831	0.785	0.858	0.814	0.915	0.881	

§ 6. ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Приводимые ниже результаты носят предварительный характер; для окончательных количественных выводов необходим гораздо больший объем вычислений, чем тот, который выполнен для данной работы.

Табл. 4 содержит поправочные множители $\theta_i^{(1)} \equiv \frac{b_i^{(1)}}{b_i^{(0)}}$ первого приближения, вычисленные по формуле (41) и данным табл. 3 для значений $Q=1$ и 3. В табл. 5 приводятся, параллельно для первого и второго приближений, аналогичные множители, соответствующие значению $Q=2$. Необходимые поправки $\Delta\theta_i^{(2)} = \theta_i^{(2)} - \theta_i^{(1)}$ были получены по формуле (42), причем в качестве значений $b_i^{(0)}(T_e)$ использовались результаты Ситона [3] для $T_e = 10\,000^\circ$.

Из таблиц видно, что частичная прозрачность в лаймановских линиях ведет к уменьшению заселенностей всех верхних уровней по сравнению со случаем «В»; этот эффект возрастает при соответственном изменении факторов, контролирующих степень прозрачности (т. е. при уменьшении τ_{12} и увеличении $Q \sim \bar{V}$).

С физической точки зрения полученный результат вполне понятен. Благодаря беспрепятственному «ускользанию» части L_i -квантов, т. е. уменьшению числа переходов $1 \rightarrow i$, сокращается число актов заселения уровня i снизу, что ведет к его обеднению. Предельной является здесь населенность, соответствующая случаю «А», при котором уровни насыщаются в результате каскадных переходов сверху и рекомбинаций, а переходы снизу вообще отсутствуют. Этот нижний предел достигается при очень больших числах i , когда наступает полная прозрачность для $h\nu_{1i}$ -излучения. При малых числах i непрозрачность и соответственно частота переходов на уровень i снизу еще значительны, так что заселенности здесь не намного меньше, чем в случае «В». Грубо говоря, при значениях τ_{1i} , существенно превышающих единицу, населенности соответствующих уровней близки к рассчитанным для случая «В», а при $\tau_{1i} \leq 1$ — для случая «А». Все это видно из рис. 3, на котором представлены (в относительных единицах) концентрации возбужденных атомов в расчете на единицу статистического веса (числа $\frac{n_i}{g_i}$) для случаев «А», «В» (Ситон [3], $T_e = 10\,000^\circ$) и случая, учитывающего «ускользание» L_i -квантов наружу ($Q=2$, $\lg \tau_{12} = 2.5$; I и II приближения); штрих-пунктирная прямая отделяет области больших и малых τ_{1i} . При «ускользании» лаймановских квантов относительные населенности $\frac{n_i}{g_i}$ в области низких уровней спадают с ростом i круче, чем в случае «В» (следствие быстрого просветления в линиях L_i), а в области высоких уровней растут более полого, чем в случаях «А» и «В» (следствие того, что еще существующее заселение снизу сходит на нет лишь постепенно). Для истинных населен-

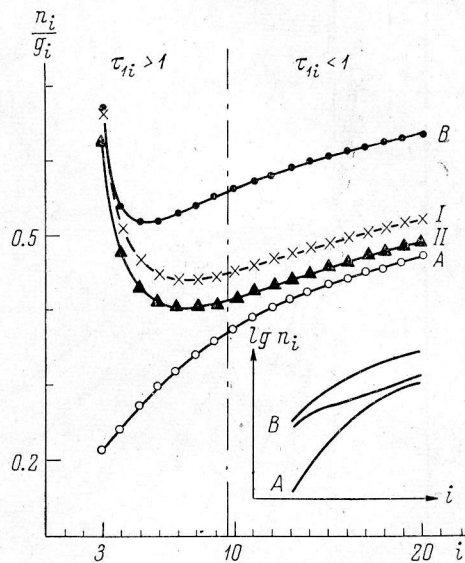


Рис. 3. Зависимость степени возбуждения в расчете на единицу статистического веса от главного квантового числа в различных случаях.

ностей n_i с ростом i осуществляется плавный переход от кривой «В» к кривой «А», причем возрастание происходит во всем интервале чисел i более полого, чем в обоих предельных случаях (см. схему, приведенную на рис. 3).

Попутно отметим, что поправочные множители θ_i (τ_{12} , Q) первого приближения не зависят от системы чисел $b^{(0)}$ (T_e); их можно считать применимыми при всех значениях T_e (если величины Q и τ_{12} заданы), причем как для варианта «п», которому соответствуют исходные уравнения ста-

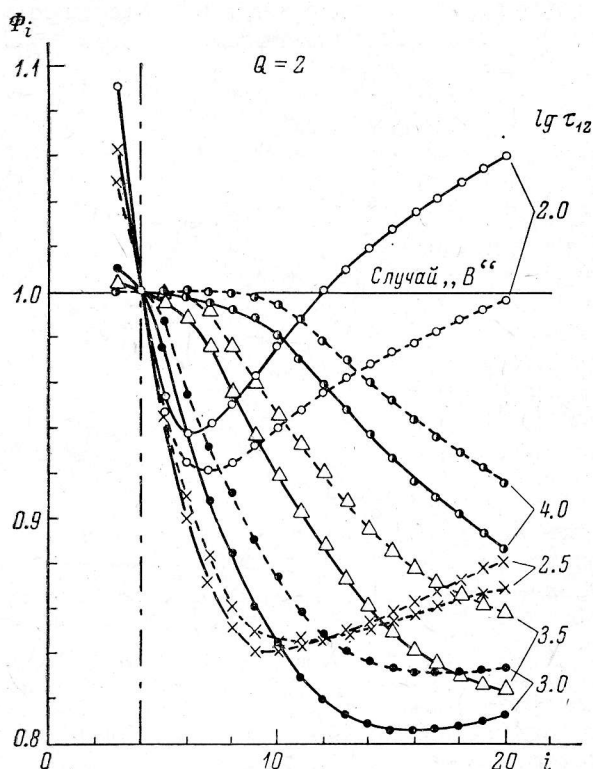


Рис. 4. Поправочный множитель Φ_i в I и II приближениях при расширении со скоростью порядка тепловой; $Q=2$.

ационарности, так и для варианта «nl». Второе и более высокие приближения множителей θ_i уже существенно зависят от чисел $b^{(0)}$, т. е. от принятой схемы энергетических уровней и от электронной температуры.

Как видно из табл. 5 и рис. 3, при переходе от первого приближения ко второму отклонения от случая «В» становятся еще более резкими; это характерно и для последующих приближений (поправки $\Delta\theta_i$ всегда отрицательны — см. формулу (42)). Судя по рис. 3, можно, однако, полагать, что процесс сходится достаточно быстро, так что величины $\theta_i^{(3)}$ не слишком разнятся от величин $\theta_i^{(2)}$.

На рис. 4 и 5 приводятся поправочные множители Φ_i к теоретическим относительным интенсивностям, соответствующим случаю «В» (см. формулу (47)). Рис. 4

иллюстрирует зависимость кривых Φ_i от τ_{12} при фиксированном значении Q ($Q=2$); там же показаны изменения этих кривых, происходящие при переходе от первого приближения (пунктир) ко второму (сплошные линии); и здесь отклонения от случая «В» становятся более резкими. На рис. 5 показана зависимость множителей $\Phi_i^{(1)}$ от параметра Q (при $\lg \tau_{12}=2.5$); для сравнения приводится кривая $\Phi_i^{(2)}$ при $Q=3$, $\lg \tau_{12}=2.0$.

Все качественные особенности поправочных множителей Φ_i уже обсуждались в § 4; там же приводились общие соображения относительно возможной интерпретации невязок между наблюдениями и «классической» рекомбинационной теорией. Остановимся на этих вопросах подробнее.

Для того чтобы установить степень соответствия исправленного теоретического декремента ходу наблюдаемых интенсивностей в области высоких членов серии Бальмера, необходимо произвести полную переработку использованного Калером [7] наблюдательного материала.

86

Ввиду трудоемкости такого исследования мы здесь ограничимся лишь общими предварительными оценками.

Для характеристики уклонений от теории Калер ввел величину $\lg d_i = \lg J_i(T)/J_i^0(C)$, где $J_i(T)$ — теоретическая интенсивность линии λ_{2i} (отнесенная к H_β), а $J_i^0(C)$ — наблюдаемая относительная интенсивность той же линии, исправленная за покраснение. Допустим, что

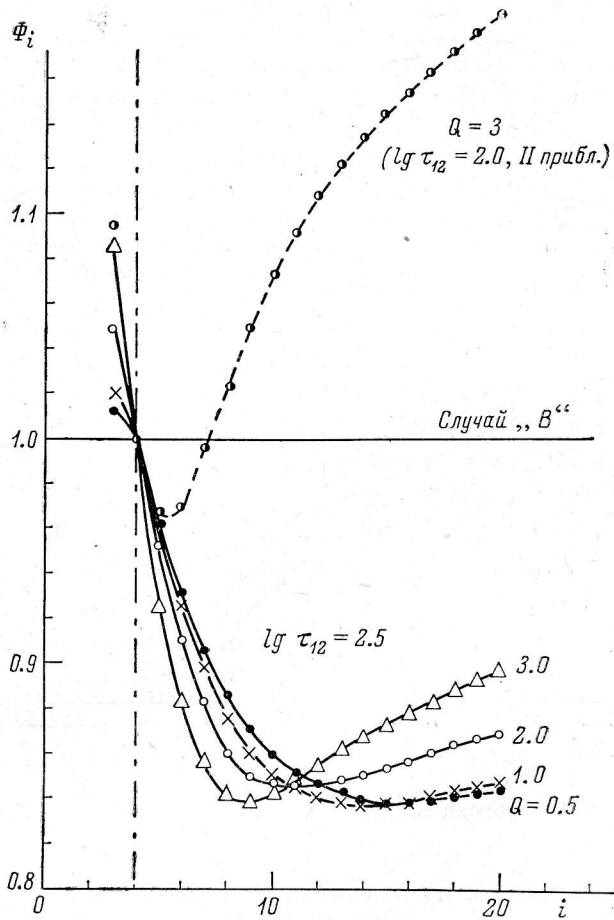


Рис. 5. Поправочный множитель $\Phi_i^{(1)}$ в случае расширения со скоростью порядка тепловой; $\lg \tau_{12} = 2.5$. (Для сравнения дан множитель $\Phi_i^{(2)}$ при $Q = 3$, $\lg \tau_{12} = 2.0$).

существующие уклонения вызваны как «переисправлением» за покраснение при увязке интенсивностей $H_\beta - H_\delta$ с недостаточно крутым «классическим» декрементом, так и более пологим ходом истинного теоретического декремента в области больших i . отождествим наши новые теоретические интенсивности с исправленными за покраснение наблюдениями $J_i^0(C)$; оставив для $J_i(T)$ прежние (т. е. «классические») значения и согласовав «наблюдения» $J_i^0(C)$ с «теорией» $J_i(T)$ в области $H_\beta - H_\delta$, получим

$$\lg d_i = -\lg \Phi_i + \frac{f(\lambda_{2i})}{f_{\gamma, \delta}} \lg \Phi_{\gamma, \delta}, \quad (79)$$

где $f(\lambda)$ — функция межзвездного покраснения, табулированная Ситонном [23]. Рассмотрение этой формулы совместно с данными рис. 4 и 5 показывает, что отрицательные величины $\lg d_{20}$ максимальны по модулю

для оптически наиболее тонких туманностей с большими значениями Q . Так, при $Q=3$ и $\tau_{12}=10^2$, используя числа $\Phi_i^{(2)}$ (см. рис. 5), получаем $\lg d'_{20} = -0.11$. Из 15 туманностей, тщательно изученных Калером по наблюдениям высокой точности, у 12 значения $\lg d_{20}$ не выходят за этот предел, причем у 7 $0 \geq \lg d_{20} \geq -0.05$, и лишь в двух случаях отклонения получаются значительно большими (для центральной части NGC 1976 $\lg d_{20} = -0.28$; для NGC 7027 $\lg d_{20} = -0.56$).

Как уже отмечалось, исправление теоретического декремента может заметно улучшить согласие с наблюдениями также в области первых балмеровских линий. Это видно из рис. 6, на котором показана диаграмма

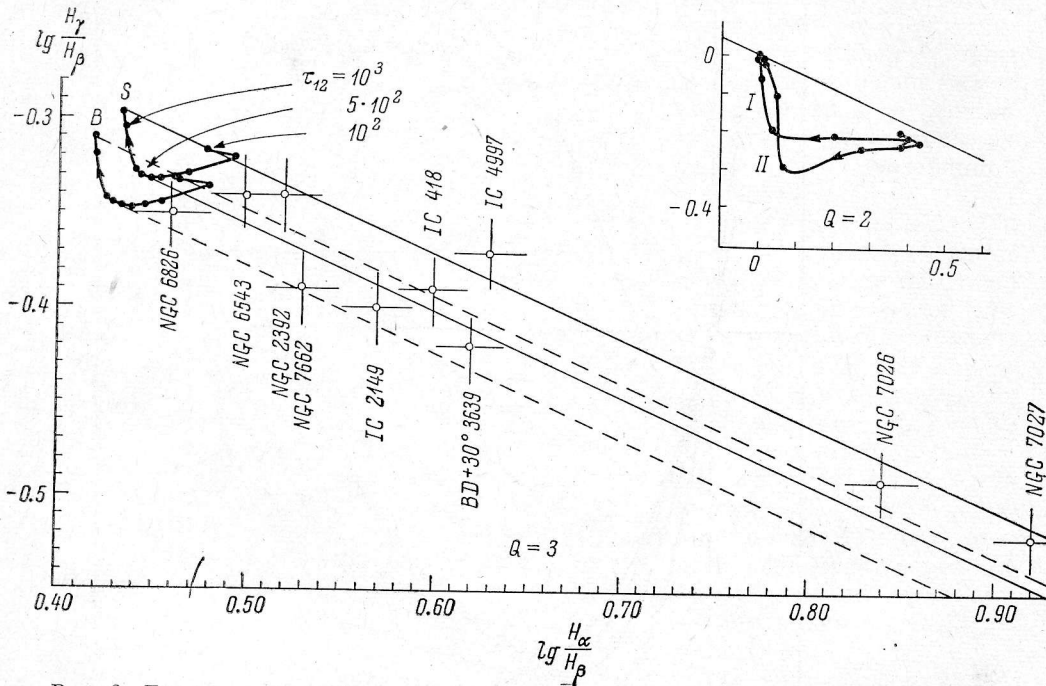


Рис. 6. Диаграмма Остерброка с учетом поправочных множителей (обозначения см. в тексте).

Остерброка, построенная по надежным фотоэлектрическим наблюдениям ярких туманностей [11] (светлые кружки; вероятные ошибки величин $\lg I/I_\beta$ равны ± 0.02). Точки S и B — теоретические соотношения интенсивностей в случае «В» при $T_e=10\,000^\circ$ по Ситону (вариант «п») и Бэрджессу (вариант «п1»). Отходящие от них кривые $H_\alpha-H_\beta-H_\gamma$ получены по величинам Φ_i первого приближения для $Q=3$ и ряда значений τ_{12} (темные точки; указано направление роста τ_{12}). Линии покраснения соответствуют результатам Уитфорда [24]. Вверху показана трансформация типичной кривой $H_\alpha-H_\beta-H_\gamma$ при переходе от I-го приближения ко II-му; видно, что при этом «разрешенная полоса» диаграммы, благодаря смещению ее нижней границы, заметно расширяется.

Анализируя рис. 6 с учетом предыдущего замечания, трудно обойти вывод о том, что вариант «п» лучше согласуется с большинством наблюдаемых соотношений $H_\alpha-H_\beta-H_\gamma$, чем вариант «п1». Действительно, самопоглощение в линии H_α у туманностей очень мало (см. § 3; даже при самых крайних допущениях верхний предел τ_{23} смещается лишь до 0.5—1.0). Поэтому «разрешенная полоса» не может быть расширена вверх (см. рис. 1) и вся область, лежащая над основной линией покраснения,

остаётся запрещенной. Между тем при варианте «nl» в эту область на рис. 6 попадает около половины туманностей. В связи с этим интересно замечание Пенджелли [5] о том, что его теория для варианта «nl» в целом несколько хуже представляет наблюдения, чем теория Ситона для варианта «n».

В заключение следует подчеркнуть, что обсуждавшиеся поправки к «классической» теории явственно сказываются на поддающихся наблюдению линиях лишь при относительно малых значениях τ_{12} , т. е. в случае оптически тонких туманностей (здесь благоприятны также большие значения $Q \sim \bar{V}$). В частности, на рис. 6 точкам кривых $H_\alpha - H_\beta - H_\gamma$, наиболее уклоняющимся вниз от линии покраснения, соответствуют величины $\tau_{12} \sim 0.05 - 0.1$. Привлекательно здесь то, что существующие уклонения можно пытаться рационально объяснить с единой точки зрения как в случае высоких, так и в случае низких членов серии Бальмера, причем такое объяснение пригодно и для остальных спектральных серий. Окончательные выводы возможны, разумеется, лишь после всестороннего анализа наблюдательного материала.

Значительная часть вычислений для данной работы выполнена А. Ч. Узденовым и Ю. В. Сухаревым, за что автор выражает им глубокую признательность.

ПРИМЕЧАНИЕ ПРИ КОРРЕКТУРЕ

После сдачи статьи в печать вышла работа В. П. Гринина (Астрофизика, 5, № 2, 1969), где аналогичная задача решается совершенно иным методом. Считается, что выход лаймановских квантов из туманности обусловлен лишь перераспределением по частоте при рассеянии (эффект Доплера, сопутствующий расширению, не принят во внимание). Результаты качественно сходны с полученными нами (ср. рис. 2, 4, 5 с рис. 3 в статье Гринина), однако уклонения от случая «В» выражены менее резко; автор заключает, что при $\lg \tau_{12} \geq 2$ допущение о полной непрозрачности в лаймановских линиях (случай «В») выполняется с точностью, достаточной для практических приложений.

См. также заметку в Астр. цирк. № 522, 1969).

Литература

1. G. Cillie, Monthly Notices Roy. Astron. Soc., 96, 771, 1936.
2. Д. Мензел и др. Физические процессы в газовых туманностях. ИЛ, 1948.
3. M. J. Seaton, Monthly Notices Roy. Astron. Soc., 119, 90, 1959.
4. A. Burgess, Monthly Notices Roy. Astron. Soc., 118, 477, 1958.
5. R. M. Pengelly, Monthly Notices Roy. Astron. Soc., 127, 145, 1964.
6. L. H. Aller, J. S. Bowen, O. C. Wilson, Astrophys. J., 138, 1013, 1963.
7. J. V. Kaler, Astrophys. J., 143, 722, 1966.
8. D. E. Osterbrock, E. R. Capriotti, L. P. Bautz, Astrophys. J., 138, 62, 1963.
9. S. R. Pottasch, Astrophys. J., 131, 202, 1960.
10. E. R. Capriotti, Astrophys. J., 140, 632, 1964.
11. C. R. O'Dell, Astrophys. J., 138, 1018, 1963.
12. E. R. Capriotti, Astrophys. J., 146, 3, 1966.
13. Э. Р. Мустель. Звездные атмосферы. Физматгиз, 1960.
14. В. В. Соболев. Движущиеся оболочки звезд. Изд. ЛГУ, 1947.
15. В. В. Соболев. Курс теоретической астрофизики. Изд. «Наука», 1967.
16. Теоретическая астрофизика. Под ред. В. А. Амбарцумяна, Гостехиздат, 1952.
17. В. Г. Горбачкий, И. Н. Минин. Нестационарные звезды. Физматгиз, 1963.
18. Г. А. Гурздян. Планетарные туманности. Физматгиз, 1962.
19. В. В. Соболев, Астрон. ж., 24, 694, 1957.
20. С. А. Каплан, С. Б. Пикельнер. Межзвездная среда. Физматгиз, 1963.
21. E. R. Capriotti, Astrophys. J., 142, 1101, 1965.
22. К. Ланцош. Практические методы прикладного анализа. Физматгиз, 1961.
23. M. J. Seaton, Reports on Progr. Phys., 23, 313, 1960.
24. A. Whitford, Astron. J., 63, 201, 1958.

Январь 1969 г.