

## ИЕРАРХИЧЕСКАЯ СТРУКТУРА МЕТАГАЛАКТИКИ. ОБЗОР ПРОБЛЕМ

Ю. В. Барышев

Проведен обзор проблем, связанных с исследованиями структуры распределения галактик в пространстве. В частности, рассмотрены: проблема поля, проблема скрытой массы, проблема обрыва иерархии, проблема математического описания иерархии, проблема взаимного согласования наблюдательных данных в рамках некоторых моделей Вселенной. Отмечается согласие с наблюдениями иерархической структуры с параметром дилуции  $\alpha=1$ .

A review of problems related to the investigations of the structure of distribution of galaxies in space has been carried out. In particular, the problem of field, hidden mass, hierarchy break, mathematic description of hierarchy, mutual coordination of observational data within the bound of some models of the universe are considered. Agreement with the observations of hierarchical structure with the delution parameter  $\alpha=1$  is noted.

### Введение

В вопросах происхождения и эволюции крупномасштабной структуры Метагалактики решающую роль играют наблюдения неоднородностей, отвечающих настоящей эпохе. Целью данной работы является обзор полученных в последнее время (1970—1979) наблюдательных данных об иерархии космических структур, а также обсуждение ограничений на некоторые модели эволюции Вселенной, накладываемых этими наблюдениями. Обзор такой многогранной и быстроразвивающейся области внегалактической астрономии, конечно, не может охватывать все относящиеся сюда исследования, поэтому мы ограничимся разбором только некоторых проблем. Из наблюдательных проблем мы рассмотрим проблему «поля», проблему скрытой массы, проблему обрыва иерархии и однородности распределения галактик в больших масштабах. Из теоретических проблем будут рассмотрены: проблема математического описания иерархии, проблема взаимного согласования наблюдательных данных в рамках некоторых моделей эволюции Вселенной. Необходимо также отметить следующие трудности рассматриваемой темы: 1) исследования различных авторов иногда оказываются противоречащими друг другу; 2) само представление наблюдательных данных проводится в рамках конкретных теоретических моделей (различные теоретические поправки); 3) теоретические модели развиты очень неравномерно, откуда следует: а) преждевременность окончательных выводов; б) необходимость отделения интерпретации от наблюдательного факта, в) ограниченная возможность сопоставления моделей.

### Краткий обзор работ, выполненных до 1970 г.

Прежде чем переходить к обзору наблюдений последних лет, кратко напомним основные результаты исследований, выполненных до 1970 г. Более подробную информацию и соответствующие ссылки можно найти в работах Вокулера [1, 2] и Вертца [3].

## 1. Проблема флуктуаций поверхностной плотности чисел галактик

Первые же исследования распределения галактик на небесной сфере показали, что существуют нерегулярные флуктуации поверхностной плотности чисел галактик в различных направлениях. В результате дискуссии между сторонниками гипотезы флуктуаций поглощения света галактической пылью и гипотезы сгущивания галактик было выяснено, что реально имеют место оба эффекта, и вопрос состоит в том, как правильно их учесть при обработке наблюдений. Косвенные данные по подсчетам слабых звезд гало, по избыткам цвета шаровых скоплений и звезд типа RR Lyr указывали на возможность пренебрежения флуктуациями поглощения для  $b > 60^\circ$ . Именно в этих областях началось исследование статистических свойств групп и скоплений галактик. Здесь следует особенно отметить фундаментальные статистические работы Неймана и Скотт, отличающиеся тщательностью постановки и формализации задачи. Ими же, совместно с Шайном и Свансоном, проведено первое статистическое моделирование распределения галактик в пространстве и сделан вывод о наличии реального сгущивания.

## 2. Проблема существования сверхскоплений

С появлением первых каталогов галактик и скоплений галактик начинается их разносторонний статистический анализ. Особо следует подчеркнуть дискуссию, развернувшуюся вокруг проблемы существования сверхскоплений, т. е. скоплений галактик второго порядка. Выделение сверхскоплений трудная задача, так как они должны иметь большую угловую протяженность и малый контраст плотности, что приводит к существенному влиянию флуктуаций поглощения. Применяя методику индекса сгущивания к материалу 1 и 2 томов каталога [4], Цвикки и Рудницкий [5] делают заключение об отсутствии сверхскоплений. Однако Эйбл и Селигман [6] провели аналогичный анализ для выборки скоплений большего объема из четырех томов каталога [4] и пришли к выводу, что вид зависимости индекса сгущивания от размера ячейки таков, как если бы все скопления входили в состав скоплений второго порядка. В работе Караченцева [7] определялись средние размеры и населенности сверхскоплений по данным 1 и 2 томов [4]. В результате анализа флуктуаций в числе скоплений галактик, приходящихся на единичную площадку неба, и корреляций между подсчетами скоплений в направлениях с угловым расстоянием  $\theta < 6^\circ$  было получено, что средний размер сверхскоплений  $\bar{D}=42$  Мпс, средняя населенность  $\bar{\eta}=4 \div 12$ , плотность центров сверхскоплений  $4 \cdot 10^{-6}$  Мпс<sup>-3</sup> и среднее расстояние между ними 64 Мпс. На основании статистического анализа каталога [8] Эйбл [9] нашел, что сверхскопления имеют в среднем  $\bar{D}=52$  Мпс и  $\bar{\eta}=10.6$  (приводится первый список 17 сверхскоплений), причем о реальности скоплений говорит существующая для них зависимость угловой размер—красное смещение. В работах Кианга [10], Кианга и Саслау [11] были применены статистические методы Неймана, Скотт и трехмерные пространственные тесты к каталогу [8] и сделано заключение о существовании иерархии скоплений, достигающей расстояний 200 Мпс. Однако данные о столь больших масштабах отягощены значительными систематическими ошибками.

Резюмируя наблюдательные данные, полученные к 1970 г., можно сказать, что за несколько десятилетий существования внегалактической астрономии был накоплен большой материал по наблюдаемым характеристикам различных систем галактик (пар, групп, облаков, бедных и богатых скоплений), указывающий на тенденцию галактик к сгущива-

нию в различных масштабах. Средние характеристики 143 систем галактик от пар до сверхскоплений обсуждались в работе Караченцева [12]. Дополнительные данные по вириальным корреляциям групп и скоплений галактик были систематизированы в работе [13].

### 3. Математические модели иерархии, предложенные до 1970 г.

Для наших целей достаточно понимать иерархию, как упорядоченный набор уровней ( $L_i$ ), каждый из которых состоит из членов ( $p_i$ ), таких, что каждый член (скопление)  $i$ -го уровня представляет из себя некоторое множество членов (элементов) всех предыдущих уровней с наложенными на них отношениями ( $R_j$ ) (критериями объединения):

$$H = \{L_i, <\}, \quad L_i = \left\{ p_i : p_i = \left\{ \bigcup_{j=0}^{i-1} (p_j, R_j) \right\} \right\}. \quad (1)$$

На рис. 1 изображена простейшая иерархическая модель.

Статистическая модель двухуровневой иерархии (модель простого скучивания) впервые была разработана Нейманом и Скотт в [14]. На основе теории производящих функций ими было получено выражение для совместной функции распределения чисел галактик на фотопластинке в непересекающихся областях  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$ , а также наблюдательный тест — коэффициент квазикорреляций. На основе сравнения теоретически вычисленного и эмпирического коэффициентов квазикорреляций был сделан вывод [15] о наличии реального скучивания галактик, причем лучшее согласие с наблюдениями получилось при учете кратного скучивания. Однако из-за своей универсальности этот подход имеет чрезвычайно громоздкий вид (и много свободных параметров), особенно при переходе к модели кратного скучивания, когда число уровней иерархии  $i > 2$ .

Эмпирическая статистическая модель с пятью уровнями иерархии описана в работе Караченцева [12], где введено важное новое понятие — структурная матрица  $\|x_{ij}\|$ . Элементы структурной матрицы  $x_{ij}$  определяют вероятность того, что случайно выбранная система  $i$ -го порядка входит в состав  $j$ -й системы. Здесь же приведены оценки различных наблюдаемых параметров выделенных уровней иерархии. Однако разбиение именно на такие уровни является весьма условным и требует дополнительных исследований.

Аналитические модели иерархии впервые были систематически рассмотрены Вертцем в [3]. В частности, им было показано, что регулярные иерархические модели полностью определяются фактически одним параметром — скоростью дилуции иерархии  $\alpha$ . В регулярной модели число элементов на скопление  $\eta_i = \eta$  и отношение диаметров скоплений  $a_i = D_i/D_{i-1} = a$  не зависят от порядка скопления  $i$ . В этом случае легко получить зависимость средней плотности вещества внутри выделенного шара от радиуса этого шара:

$$\rho(r) = \rho_0 \left( \frac{r}{r_0} \right)^{-\alpha}, \quad (2)$$

где  $\alpha = 3 - \ln \eta / \ln a$ ,  $\rho_0$  и  $r_0$  — плотность и радиус скоплений нулевого уровня (связь плотности с этими параметрами в случае нерегулярной модели дается в приложении). Масса, заключенная внутри шара,

$$M(r) = \frac{4}{3} \pi r_0^3 \rho_0 \left( \frac{r}{r_0} \right)^{3-\alpha}. \quad (3)$$

Отметим также, что иерархические модели бесконечной евклидовой Вселенной, свободные от парадоксов Ольберса и Зеелигера, рассматривал Шарлье в работе [16]. Условие отсутствия этих парадоксов Шарлье выразил в виде неравенства  $D_i/D_{i-1} > \sqrt{\eta_i}$ , т. е. это модели с  $\alpha > 1$ .

## Результаты наблюдений 1970—1979 гг.

### 1. Проблема «поля»

Понятие «поля» как населения однородно распределенных в пространстве галактик, отличного от населения скоплений галактик, возникло в ранних работах по внегалактической астрономии. Однако уже в шестидесятые годы Цвикки [17] в результате многолетних исследований приходит к выводу о том, что скопления галактик являются скорее правилом, чем исключением, и галактики поля насчитывают самое большее несколько процентов от полного числа галактик. Исследования последних лет подтверждают этот вывод. В работе Караченцевой [18] приводится каталог, содержащий около тысячи изолированных галактик с  $m \leq 15.7$  и  $\delta > -3^\circ$ , составленный по материалам Паломарского атласа (критерий изолированности включал угловые диаметры галактик и угловые расстояния между галактиками). В работе Фесенко [19] тремя способами (по флуктуациям чисел галактик, по каталогу Караченцевой, методом дифференциальных подсчетов) оценивалась доля  $P$  одиночных галактик среди объектов ярче некоторого предела. В результате было получено, что  $P \leq 0.10$ .

Тернер и Готт (TG) [20] опубликовали каталог изолированных галактик ярче  $14^m$ , используя, по-видимому, очень слабый критерий изолированности (галактика считалась изолированной, если она не имела ни одного соседа ярче  $14^m$  на угловом расстоянии до  $45'$ ). Такие галактики составили 45% от исследованных ими галактик. Однако Хухра и Тхуан [21], исследуя каталог [20], обнаружили, что только 1% этих галактик не имеет соседей в диапазоне  $14 < m < 15.7$  на угловых расстояниях до  $45'$  и не является членом группы Вокулера. В работе Сонейра и Пиблса [22] приведена иерархическая модель распределения галактик каталога Цвикки до  $14^m$  с общим числом уровней  $L=8$ , средним числом элементов на скопление  $\eta=2$  и дилуцией иерархии  $\alpha=1.77$ . Применение к модели теста TG привело к «обнаружению» значительной доли изолированных галактик. К подобному выводу приходят Караченцев и Щербановский [23] в результате статистического моделирования видимого распределения галактик до предела каталога Цвикки  $m \leq 15.7$  (на основе модели простого сгущивания, но с пятью типами скоплений).

Таким образом, галактики поля являются, по-видимому, периферийными членами облаков и неправильных скоплений галактик и составляют малую долю (менее 10%) общего числа галактик. В связи с этим уместно отметить цикл работ Пиблса с сотрудниками по изучению мелкомасштабной иерархии (до 10 Мпс). Развиваемый Пиблсом статистический подход основан на вычислении  $n$ -точечных корреляционных функций (см., например, [24]). Статистический анализ данных из каталога Шайна—Виртанена, каталога Цвикки, данных по Ягеллонской площадке пока-



зал [25], что двухточечная корреляционная функция  $w(\theta)$  хорошо аппроксимируется степенной зависимостью с изломом при некотором  $\theta_c$ :

$$w(\theta) \sim \theta^{-0.77} \text{ при } \theta < \theta_c \text{ и } w(\theta) \sim \theta^{-2} \text{ при } \theta > \theta_c.$$

Причем  $\theta_c$  согласуется с глубиной проникновения каталогов ( $\theta_z = 3.83 \theta_{sw} = 5.94 \theta_J$ ), что указывает на малое влияние флуктуаций поглощения. Пространственная корреляционная функция  $\xi(r)$  связана с  $w(\theta)$  линейным интегральным уравнением Лимбера (детали см. [26] и приложение), которое в случае степенной зависимости дает  $\xi(r) = Br^{-\gamma}$  и  $w(\theta) = A\theta^{1-\gamma}$ , т. е.  $\gamma = 1.77$  [при  $r < 12h^{-1}$  Мпс; здесь  $h = H/75$  (км/с) Мпс $^{-1}$ ]. Отсюда следует, что в широком диапазоне масштабов (от 10 кпс до 10 Мпс) скучивание характеризуется непрерывным набором характерных размеров без выделения каких-либо предпочтительных масштабов [ $\xi(r) \approx 32 (hr)^{-1.77}$ , где  $r$  в Мпс].

В работах [27], [22], [28] было показано, что этот результат может быть интерпретирован как существование «непрерывной» иерархии скоплений. В [28] проведено статистическое моделирование распределения галактик в Ликкском обзоре ( $m < 18.9$ ,  $b > 40^\circ$ ). Критерием согласия модели с наблюдательными данными считалось совпадение корреляционных функций, вычисленных по модели и по каталогу. За основу была взята регулярная иерархическая модель с вероятностным распределением параметров (обобщенная модель Вертца). Окончательная модель имела следующие параметры:  $\eta = 2$ ,  $a = 1.76$ ,  $\alpha = 1.77$ ,  $L = 12$ . Эта модель хорошо аппроксимировала степенную зависимость двухточечной корреляционной функции  $\xi(r) \sim r^{-\gamma}$  с  $\gamma = 1.77$ , что и должно быть в силу соотношения  $\xi(r) \sim \rho(r) \sim r^{-\alpha}$  и  $\alpha = \gamma$ .

Таким образом, корреляционная функция распределения галактик является наблюдательным тестом для аналитической иерархической модели. Следует, однако, иметь в виду, что показатель степени  $\gamma$  относится только к видимым массам и ничего не говорит о скрытой массе. Тем не менее картина иерархии скоплений (фактически иерархии пар, так как  $\eta = 2$ ), по-видимому, является хорошим приближением реальности, по крайней мере на масштабах до 10 Мпс. Вопрос о применимости этой модели в больших масштабах остается пока открытым, так как данные по корреляционным функциям на больших угловых масштабах становятся недостаточно надежными из-за влияния флуктуаций поглощения [29]. Отметим также, что иерархия — это динамическая структура. Динамическая устойчивость иерархии подтверждается численными экспериментами [30].

## 2. Проблема скрытой массы

Под «скрытой» массой обычно понимают массу вещества, находящегося в формах, труднодоступных для наблюдений. Сюда относятся газ, пыль, потухшие звезды, отдельные звезды, звездные скопления, карликовые галактики, нейтрино и др. В последние годы с помощью рентгеновских спутников UHURU, OSO8, ARIEL5 и других обнаружены значительные количества горячего газа в богатых скоплениях галактик. Составлены и проанализированы первые каталоги протяженных рентгеновских источников, отождествляемых с богатыми скоплениями галактик [31, 32]. Измерения рентгеновского спектра показали, что диффузное рентгеновское излучение скоплений галактик хорошо представляется обычным тепловым излучением горячего межгалактического газа с  $T \approx 10^7 \div 10^8$  К и  $n \approx 10^{-3} \div 10^{-5}$  1/см $^3$ . По данным [32, 33], некоторые рентгеновские источники обладают протяженными гало. Масса газа гало в радиусе 25 Мпс может достигать  $2 \cdot 10^{16} M_\odot$  и составлять значительную долю вириальной массы. Однако окончательное решение вопроса

о реальности протяженных гало будет, по-видимому, возможно только после обработки данных со спутника НЕАО-В.

В работе [34] было получено ограничение на общее количество пыли в Метagalактике  $\rho_{\text{пыли}} \leq 2 \cdot 10^{-33} \text{ г/см}^3$ , исходя из оценки средней оптической толщины скоплений галактик.

Основываясь на динамике карликовых спутников гигантских галактик и облаков нейтрального водорода, группа Эйнасто разрабатывает представление о гипергалактиках, которые состоят из ядра (одна или пара гигантских галактик или компактная группа галактик), окруженного облаком карликовых галактик, причем вся система погружена в массивную невидимую корону и имеет массу  $M \approx 10^{13} M_{\odot}$  и средний размер  $D \approx 100 \text{ кпс}$  [35]. Существование протяженных массивных гало вокруг спиральных галактик следует также из численных экспериментов по эволюции спиральных галактик (масса гало необходима для устойчивости плоской составляющей) [36, 37]. Имеются также прямые наблюдательные указания на наличие слабо светящихся протяженных гало галактик, полученные на основе фотометрии малых и средних групп галактик [38].

С другой стороны, под «проблемой скрытой массы» обычно понимают круг вопросов, связанных с определением динамической массы группы и скопления галактик. В работах последних лет, касающихся этой проблемы, уделяется большое внимание изучению влияния различных систематических ошибок и эффектов селекции на результаты определения отношения вириальной массы к светимости системы  $f = M_{VT}/L_T$ .

Как известно, классическая теорема вириала состоит в том, что среднее по времени от удвоенного значения кинетической энергии системы равно среднему по времени от потенциальной энергии системы (с обратным знаком):

$$2T = -U,$$

где

$$2T = \sum_i m_i v_i^2; \quad -U = \sum_{\text{пары}} \frac{G m_i m_j}{r_{ij}}; \quad (4)$$

$m_i$  и  $v_i$  — масса и скорость  $i$ -й галактики;  $r_{ij}$  — взаимное расстояние между  $i$ -й и  $j$ -й галактиками. Соотношение (4) обычно записывают в виде

$$M_{VT} = RV^2/G, \quad (5)$$

где  $M_{VT} = \sum m_i$  — вириальная масса системы;  $R = \left( \sum_i m_i \right)^2 / \sum_{\text{пары}} \frac{m_i m_j}{r_{ij}}$  — взвешенное по массе среднее гармоническое значение взаимного расстояния между галактиками;  $V^2 = \sum_i m_i v_i^2 / \sum_i m_i$  — взвешенная по массе дисперсия скоростей. Из наблюдений же известны лишь проекции мгновенных значений скоростей и взаимных расстояний для части галактик системы, а также звездные величины галактик (и иногда морфологический тип), причем отягощенные ошибками измерений. Поэтому из наблюдений пытаются получить оценки вириальных масс для возможно большего числа систем и вывести некоторое характерное значение  $f$  для разных типов скоплений. Особую роль здесь играют исследования простейших систем — двойных галактик.

В работе Караченцева [39] опубликован каталог изолированных пар галактик, содержащий 603 пары с  $m_1, m_2 \leq 15.7$ . В [40] для 101 пары с известными лучевыми скоростями получено среднее значение  $\langle f_d \rangle = (44.2 \pm 9.2) f_{\odot}$ , тогда как для индивидуальных галактик по вращению определяют  $\langle f_g \rangle \approx 8 f_{\odot}$ . Однако последующие работы [41, 42] показали, что при учете ошибок измерения лучевых скоростей и исключении опти-

ческих пар получается  $\langle f_a \rangle \approx \langle f_g \rangle \approx 8f_\odot$ , и это согласуется с низкими значениями  $\langle f_a \rangle$ , полученными ранее Пэйджем.

С другой стороны, большая работа по моделированию динамики двойных галактик и влиянию эффектов селекции на наблюдаемое среднестатистическое значение  $\langle f_a \rangle$  была проделана Тернером в [43]. Динамическое моделирование показало, что наблюдаемое среднестатистическое значение и истинное динамическое значение сильно различаются. Так, наилучшее совпадение результатов численных моделей с наблюдаемыми характеристиками 57 пар [распределение на  $(\Delta v, r_p)$ -плоскости] получается при истинном динамическом значении  $f_a = 65 f_\odot$  для спиральных галактик и  $f_a = 130 f_\odot$  для эллиптических. При этом в модели отсутствовали оптические пары и ошибки лучевых скоростей, а оцененное по методике Пэйджа значение  $\langle f_a \rangle = 3.3 f_\odot$ . Такое расхождение, по мнению Тернера, обусловлено большими ошибками в селекции для малых угловых расстояний пар, т. е. методикой восстановления скрытых пар большой протяженности. Большое значение  $f_a$  согласуется с гипотезой массивных гало вокруг галактик.

При переходе от пар к группам ситуация осложняется из-за различий в критериях принадлежности галактик к группе. Оценка полной светимости  $L$  системы и светящейся массы  $M_L$  зависит от принимаемых значений  $f_i$  для индивидуальных галактик, от функции светимости галактик в скоплении, от учета галактического поглощения. К систематическому завышению вириальной массы  $M_{VT}$  приводят: 1) включение оптических членов в состав скопления, 2) пренебрежение ошибками измерения лучевых скоростей [44]. С другой стороны (см. [45]), к систематическому занижению вириальной массы приводят: 1) предположение о равенстве масс; 2) использование мгновенных значений, а не временных средних; 3) использование проекций скоростей и взаимных расстояний; 4) использование только части членов скопления. В работе [46] на основе анализа данных по 14 группам Вокулера делается заключение, что из-за неопределенностей в лучевых скоростях и массах индивидуальных галактик конечное значение  $\langle f \rangle$  известно с точностью до множителя 2—5 (а с учетом динамической неопределенности этот множитель достигает 10). Поэтому современное состояние знаний о группах галактик остается предварительным и неполным. Тем не менее за последние годы в этом вопросе был достигнут некоторый прогресс благодаря тому, что: 1) методики определения вириальных масс проверялись с помощью динамического моделирования скоплений [45, 47]; 2) возросло количество и качество измеренных лучевых скоростей галактик (радионаблюдения на 21 см); 3) появились новые каталоги групп галактик (Sandage, Tamman, 1975; de Vaucouleurs, 1976; Turner, Gott, 1976 — STV- и TG-группы).

В работах [47—50] проведен систематический анализ различных каталогов групп галактик и показано, что существуют эмпирические зависимости между  $M_{VT}/L_T$  и различными параметрами групп ( $V, \rho, R$ ) — «вириальные корреляции» (исследовавшиеся ранее в [12, 13]). В работе [50] оценены основные параметры для 63 STV-групп и 29 TG-групп. В пользу гравитационной связанности групп (применимости теоремы вириала) приводятся следующие аргументы: 1) характерное время пересечения галактикой среднего размера системы меньше хаббловского; 2) распределение радиальных скоростей примерно гауссово. Регрессионный анализ показал, что с 99%-ным уровнем значимости существуют корреляции  $\lg f \sim 0.76 \lg R \sim 1.61 \lg V$  в случае TG-групп и  $\lg f \sim 1.3 \lg R \sim 1.7 \lg V$  в случае STV-групп. При этом показано, что вклады в эту корреляцию эффектов проекции, эффектов квазиравновесия, неопределенностей в радиальной скорости и в определении масс галактик оказываются малыми, т. е. корреляция физическая. В других работах получено:  $\lg f \sim 0.8 \lg R \sim 1.3 \lg V$  [47];  $\lg f \sim 0.85 \lg R \sim$

$\sim 1.35 \lg V$  [48];  $\lg V \sim 0.75 \lg R$  [49], причем для компактных групп такой корреляции не обнаружено. Если найденные корреляции действительно физические, то из наблюдений следует, что в масштабах от 0.4 до 10 Мпс с ростом радиуса системы растет доля скрытой массы.

### 3. Проблема обрыва иерархии

В основных теоретических моделях Вселенной принимается однородное и изотропное распределение вещества в больших масштабах. Поэтому чрезвычайно важно со стороны наблюдений (в оптическом, радио- и рентгеновском диапазонах) определить, на каких масштабах обрывается иерархия и устанавливается однородное распределение галактик. Это трудная наблюдательная задача, и прогресс в ней возможен только через последовательное освоение все больших и больших масштабов.

Применение простых статистических подсчетов для выявления неоднородностей в распределении галактик на больших угловых масштабах существенно осложняется неопределенностью в учете галактического фактора, и в первую очередь флуктуаций поглощения [51, 52]. Однако существуют наблюдательные данные (см., например, [53]), показывающие, что по крайней мере в некоторых областях небесной сферы эти флуктуации достаточно малы ( $E_{B-V} \leq 0.03$ ).

Во многих работах, посвященных статистическому анализу каталога богатых скоплений Эйбла, найдена тенденция к сверхсгучиванию. Так, в работе [54] методом ближайшего соседа получен средний размер сверхскоплений  $\bar{D} \approx 200$  Мпс. В работе [55] корреляционный анализ каталога Эйбла показал, что для  $\theta < 5^\circ$  средний диаметр сверхскоплений  $\bar{D} \approx 20$  Мпс и среднее число скоплений  $\bar{\eta} = 2 \div 3$ , а для  $\theta > 5^\circ$  существует систематическое падение функции  $w(\theta)$  вплоть до масштабов, соответствующих 600 Мпс. Новые каталоги кратных скоплений галактик (сверхскоплений) опубликованы в работах [56] и [57]. Средний размер таких сверхскоплений  $D \approx 20$  Мпс и  $\bar{\eta} = 2$ , а вероятность того, что скопление принадлежит системе кратности  $\eta$ , представляется экспоненциальным законом  $2^{-\eta}$  [58]. В работах [59, 60] Эйбл последовательно приводит данные в пользу существования структурных единиц с размерами 50–100 Мпс. Дисперсия скоростей таких агрегатов 1000–3000 км/с, а массы  $(10^{16} \div 10^{17}) M_\odot$  [богатые скопления имеют  $D \approx 5 \div 10$  Мпс и  $M \approx (10^{14} \div 10^{15}) M_\odot$ ].

В последние годы появились и быстро развиваются методы исследования скоплений галактик, практически свободные от ограничений галактического фактора. К ним относятся: наблюдения радио- и рентгеновского излучения от скоплений (и, возможно, сверхскоплений) и обширные измерения красных смещений галактик. В радиодиапазоне сейчас накоплено много данных по радиосвойствам богатых скоплений (см., например, [61]). В рентгеновском диапазоне некоторые протяженные источники отождествляются с кратными богатыми скоплениями галактик [32, 33].

Систематическое изучение сверхскоплений проводится в серии статей, посвященных анализу «пространственно-частотного» распределения галактик. Так, в работах [62, 63] исследовано сверхскопление в Coma (A1656/A1367) по известным лучевым скоростям 238 галактик с  $m < 15.0$ . В частности, здесь же было установлено, что в исследованной области практически отсутствуют галактики однородного поля (4 галактики), а есть лишь группы и облака, которые объединяются в большие группы. Само сверхскопление состоит из двух богатых скоплений A1656 и A1367 и связывающей их протяженной области, причем размеры этой области  $6.4 \times 21$  Мпс, а контраст видимой плотности галактик по отношению к плотности в Местном сверхскоплении  $6 < \rho/\rho_{LSC} < 15$ . Полный размер сверхскопления оценивался в 41 Мпс. Кроме того, обнаружены пустоты

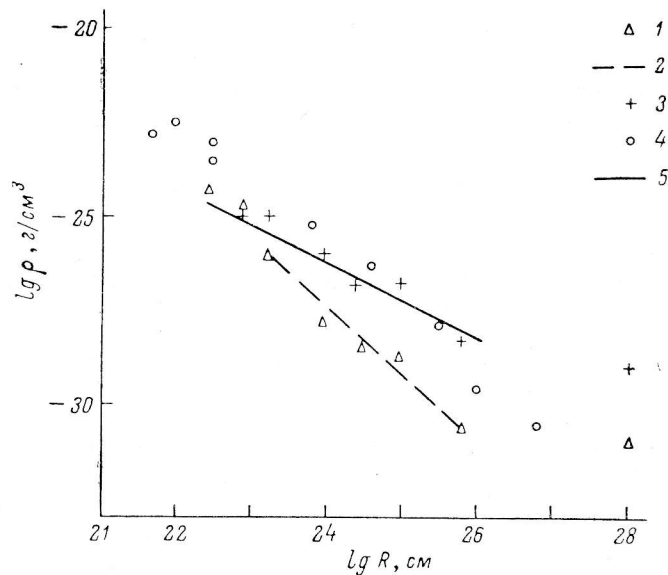


Рис. 2. Зависимость плотности от радиуса.

Видимая плотность: 1 — данные [12], 2 — данные [25]; вириальная плотность: 3 — данные [12], 4 — данные [1]; 5 — значение плотности в модели с  $\alpha=1$ .

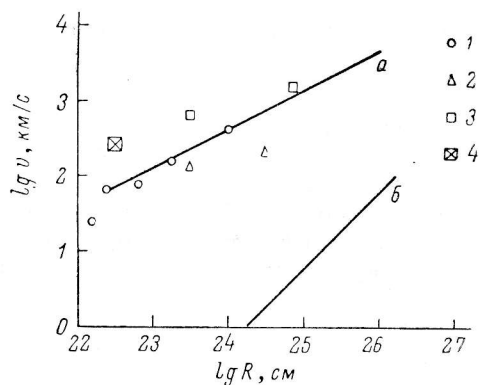


Рис. 3. Зависимость скорости от радиуса.

*a* — зависимость дисперсии скоростей от размеров системы (1 — данные [23], 2 — данные [50], 3 — данные [48], 4 — круговая скорость Солнца в Галактике); *b* — доля гравитационного смещения частоты в случае, когда  $v(R)$  дается прямой *a*.

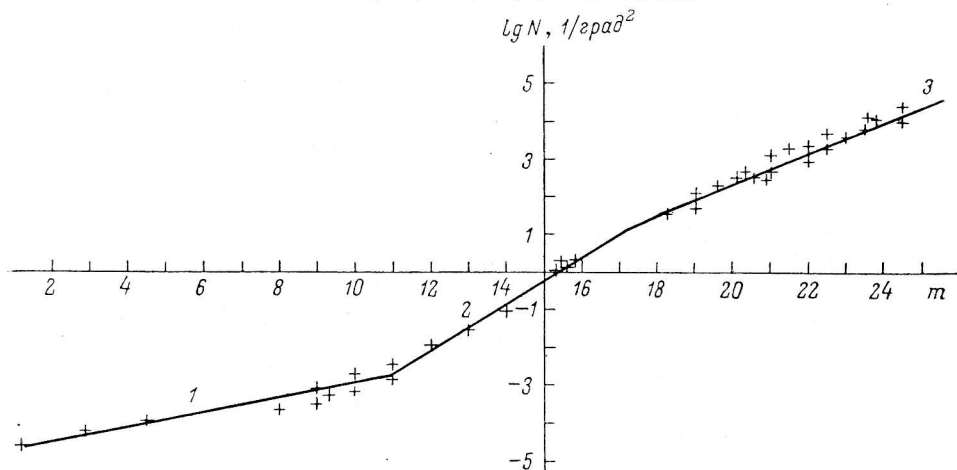


Рис. 4. Зависимость числа галактик на квадратный градус от видимой величины.

Наклоны: 1 — 0.2; 2 — 0.6; 3 — 0.4; данные [22], [90], [89].

(«ямбы») с размером 20 Мпс, что также подтверждает картину существенно неоднородного распределения галактик в этих масштабах. Следующий шаг в изучении сверхсгущивания был сделан в работе [64], где на основе данных каталога [65] были построены карты распределения красных смещений Sc-галактик с  $14.0 < m < 15.0$  по всему небу и выявлены пустоты и уплотнения сравнимых размеров. Этот факт может интерпретироваться как существование крупномасштабного сгущивания. Приводятся данные для четырех обнаруженных сверхскоплений: 1) сверхскопление Hydra/Centaurus —  $90 \times 20 \times 35$  Мпс; 2) сверхскопление Perseus — 200 Мпс; 3) сверхскопление Coma  $\sim 200$  Мпс; 4) сверхскопление Hercules —  $90 \times 50 \times 100$  Мпс. Таким образом, по-видимому, все богатые скопления Эйбла до 2 класса по расстоянию входят в структурные единицы больших масштабов.

#### 4. Итоги наблюдений

Хорошо известно, что отношение среднего расстояния между звездами в галактике к среднему размеру звезды  $\delta_* \approx R_{\text{гал}}/R_* N^{1/3} \approx 10^8$ , а отношение среднего для Метагалактики расстояния между галактиками к среднему размеру галактики  $\delta_{\text{гал}} \approx 10^3$ . В то же время наблюдения свидетельствуют о том, что у звезд лишь сравнительно малая доля входит в состав рассеянных и шаровых скоплений или звездных ассоциаций. У галактик картина противоположная — большинство из них является членами групп, облаков, скоплений различных размеров. Следовательно, сравнимость размеров объектов с взаимными расстояниями между ними способствует сгущиванию (например, возрастает вероятность кратных столкновений). Исследования последних лет имеют тенденцию к выявлению неоднородностей все больших масштабов. По-видимому, современные оптические наблюдения указывают на то, что иерархия структур простирается до масштабов, достигающих 100 Мпс.

На рис. 2—4 приведены данные по некоторым наблюдаемым характеристикам распределения галактик в пространстве: 1) зависимость плотности скоплений от радиуса; 2) зависимость дисперсии скоростей от радиуса системы; 3) зависимость числа объектов от видимой величины. Обсуждение этих зависимостей будет проведено ниже. Здесь же мы отметим, что полученный группой Пиблса результат по корреляциям галактик  $\xi(r) \sim r^{-1.77}$  хорошо согласуется со средними плотностями явно выделяющихся систем галактик соответствующих размеров, которые приводятся в работе Караченцева [42]. Это, по-видимому, свидетельствует о том, что естественно ввести понятие непрерывной иерархической структуры вместо понятий «поле» и «скопления». Наглядный пример непрерывной иерархии дает автоматизированная процедура выделения групп галактик по их поверхностной плотности — группы Тернера—Готта (см. рис. 1 в [20]), а также выделение групп галактик с помощью метода «иерархической кластеризации» [66].

#### Проблема происхождения и эволюции иерархической структуры

Наблюдательный факт структурной соподчиненности звездных систем учитывается во всех современных космологических моделях. Общепринятой и наиболее теоретически развитой является модель горячей расширяющейся Вселенной («Big-Bang»). Возникновение крупномасштабной структуры в Big-Bang-модели связывается с изначально существующими малыми отклонениями от однородности и последующим ростом малых возмущений вплоть до образования наблюдаемых в современную эпоху



объектов. Достаточно полное изложение этой теории содержится, например, в монографиях [67, 68]. Следует отметить, что в рамках теории горячей Вселенной разрабатывается несколько конкурирующих гипотез, отличающихся выбором характера начальных возмущений (адиабатические, энтропийные, вихревые). Здесь мы рассмотрим гипотезу адиабатических возмущений — сценарий Дорошкевича—Зельдовича—Сюняева и гипотезу энтропийных возмущений — сценарий Пиблса—Дикке—Риса. Из неэнштейновских моделей будут рассмотрены только иерархические динамические модели в плоском пространстве—времени.

Общей для Big-Bang-моделей проблемой является выбор определенных значений  $q_0$ ,  $\Omega_0$ ,  $\lambda$ , от которых существенно зависят многие выводы теории и, в частности, характер роста малых возмущений. В общем случае эти параметры связаны соотношением  $q=0.5\Omega-\lambda$ . Обычно полагают  $\lambda=0$ , тогда  $q_0=0.5\Omega_0$  и динамика расширения оказывается однозначно связанной с геометрией модели (здесь мы рассматриваем только такие модели). К настоящему времени предложено и опробовано много наблюдательных тестов для определения величины  $q_0$  [69—74] (см. таблицу), однако интервал значений  $q_0$  остается весьма большим ( $-1 \leq q_0 \leq +1.6$ ).

Тест	Значение $q_0$	Ссылка
1. Угловые размеры—красное смещение для двойных радиоисточников и квазаров	-1	[69, 70]
2. Возмущения локального поля скорости в радиусе 20 Мпс: а) группы эллиптических галактик б) Sc-галактики	$0.02 \pm 0.02$ $0.15 \pm 0.09$	[71, 72]
3. Прямой подсчет галактик Распространенность дейтерия Время существования старейших образований	0.03	[72]
4. Корреляционный анализ каталога красных смещений галактик ярче $13^m$	0.10—0.35	[73]
5. Зависимость: видимая величина—красное смещение	$1.6 \pm 0.4$	[74]

что вносит существенную неопределенность при сопоставлении моделей с наблюдениями.

### 1. Сценарий Дорошкевича—Зельдовича—Сюняева

Этот сценарий представляет собой достаточно полно разработанную теорию развития адиабатических возмущений плотности (включая нелинейную стадию) в расширяющейся горячей Вселенной. Общая картина образования наблюдаемой структуры следующая: в эпоху рекомбинации ( $z \approx 10^3$ ) происходит отрыв излучения от вещества и скачкообразное уменьшение джинсовской массы  $M_J$ , после чего начинается рост возмущений плотности для всех масштабов с массами, большими  $M_J$ . Отличительной чертой адиабатических возмущений является наличие критической массы  $M_D \approx 10^{13} \Omega^{-3/4} M_\odot$ , отвечающей минимальному незатухающему возмущению на эпоху рекомбинации. Развитие возмущений в после-рекомбинационный период приводит к тому, что именно в этих масштабах достигается нелинейный режим и образуются протоскопления («блины»), которые затем фрагментируют на галактики, а галактики на звезды.

В работе [75] проведено сопоставление численных расчетов пространственного распределения «блинов» с распределением богатых скоплений Эйбла и показано, что наблюдаемая корреляционная функция [55]

(на масштабах  $\theta < 5^\circ$ ) хорошо согласуется с теоретически вычисленной. Распределение плотности и скорости галактик внутри богатых скоплений в рамках адиабатической теории сопоставляется с наблюдениями в [76]. Следует, однако, иметь в виду, что в богатые скопления Эйбла входит около 10% полного числа галактик, поэтому нельзя считать, что все галактики возникают в «блинах». По-видимому, некоторую трудность для адиабатической теории представляет чрезвычайно низкий уровень наблюдаемых флуктуаций реликтового излучения [77]:

$$\frac{\delta T}{T} \leq 1.6 \cdot 10^{-4} (\theta')^{-1/2} \quad (6)$$

для  $5 < \theta' < 200$ ;  $\theta'$  — измеряемый в минутах дуги размер области возмущения, связанный с массой вещества в этой области соотношением [68]

$$\theta' = 10 \Omega^{2/3} \left( \frac{M}{10^{15} M_\odot} \right)^{1/3}; \quad (7)$$

при этом для шара радиуса  $R$  и плотности  $\bar{\rho}$  связь массы и радиуса дается соотношением

$$R \approx 10 h^{-2/3} \Omega^{-1/3} \left( \frac{M}{10^{15} M_\odot} \right)^{1/3} \text{ Мпс.} \quad (8)$$

В работе [78] проведены численные расчеты величины флуктуаций  $\delta T/T$  и показано, что результаты наблюдений в 1.5—3 раза меньше теоретических значений (с учетом уменьшения амплитуды возмущений  $\delta T/T$  в 2.7 раза из-за рассеяния после рекомбинации на остаточных электронах). Результаты наблюдений реликтового излучения накладывают наиболее жесткие ограничения на спектр первичных возмущений (а значит, и возмущений в настоящую эпоху) в области больших масштабов ( $M \geq 10^{16} M_\odot$ ). Однако результаты оптических наблюдений сверхскоплений (см. § 3 в предыдущем разделе), по-видимому, указывают на существование пустот и сгущений (в распределении галактик в пространстве) приблизительно одинаковых размеров  $R \approx 100$  Мпс, что дает  $\delta \rho/\rho \approx 2$ .

## 2. Сценарий Пиблса—Дикке—Риса

В предположении первичных энтропийных возмущений минимальная масса незатухающих флуктуаций  $M_D \approx 10 M_\odot$ , поэтому сразу после рекомбинации начинается рост малых возмущений, начиная с  $M_J \approx \approx 3 \cdot 10^5 \Omega^{-1/2} M_\odot$ , т. е. объектов типа звездных скоплений и сверхмассивных звезд. Структурные единицы больших масштабов образуются в процессе динамической эволюции первоначально однородно распределенных N-тел. Таким образом, в этом сценарии гидродинамические процессы играют малую роль, а основную — процессы гравитационного сгущивания (по схеме: звезды сгущиваются в галактики, а галактики — в скопления). Такая картина была предложена в работе Пиблса и Дикке [79], а затем развита в работах Риса [80, 81], Риса и Уайта [82]. Численное моделирование процесса гравитационного сгущивания показало [83, 84], что динамическая эволюция N-тел приводит к иерархической структуре неоднородностей со спектром, близким к наблюдаемому.

В работах Риса развивается картина, в которой 80% первичного вещества конденсируется в звезды на  $z \geq 100$ . В пользу догалактического формирования звезд приводятся следующие соображения: 1) для получения современной структуры спектр первичных неоднородностей должен иметь вид «белого шума» (что естественно), при этом первыми коллапси-

руют газовые облака с  $M \approx 10^6 M_{\odot}$  (при  $t \leq 10^6$  лет); 2) объясняется существование скрытой массы в виде потухших звезд; 3) данные о нормальном содержании Fe в межгалактической среде [85] говорят о возможности догалактического нуклеосинтеза. Реликтовое излучение в этом сценарии можно связать (кроме «стандартной» интерпретации) с процессом термализации излучения первичных горячих звезд на пыли и молекулах (до  $T \approx 300$  К) в эпоху  $z \approx 100$  [81]. Ожидаемые флуктуации реликтового излучения имеют тот же порядок, что и в «стандартной» модели, но численных расчетов еще не проведено.

### 3. Евклидовы динамические модели

Модель расширяющегося пространства—времени основана на геометрической теории гравитации — общей теории относительности. Однако существуют и другие негеометрические теории гравитации. Здесь мы отметим один из возможных вариантов неэйнштейновской космологии, основанной на теоретико-полевом подходе к гравитации, в котором гравитационное поле рассматривается как релятивистское тензорное поле в плоском пространстве—времени. Этот подход развивался в работах Биркгофа, Тирринга, Фейнмана (см., например, [86, 87]).

Как отмечено в работах [86, 87], отличие появляется при распространении теоретико-полевого подхода на космологию. Так как в этой теории отсутствует связь динамики вещества и геометрии, то в ней нет и искривленного расширяющегося (или сжимающегося) пространства—времени. Здесь «статическое» евклидово пространство не означает статичности распределения вещества, а хорошо известная неустойчивость такого распределения является источником наблюдаемой структурности. Распределение галактик, таким образом, есть динамическая эволюционирующая структура в плоском пространстве—времени. Такие модели будем называть евклидовыми динамическими моделями, в отличие от евклидовых статических моделей, в которых галактики считаются покоящимися (в среднем) относительно друг друга. В рамках теоретико-полевого подхода возможны различные варианты моделей эволюции вещества, например модель разлета «газа» галактик или модель динамически равновесного (полностью вириализованного) иерархического распределения галактик. К сожалению, до сих пор отсутствует развитая полевая теория гравитации в случае сильных полей ( $\varphi \sim c^2$ ), поэтому здесь рано строить модели Вселенной в целом. Однако в достаточно малых областях пространства ( $R < 300$  Мпс) можно пользоваться ньютоновским приближением.\*

Пользуясь ньютоновским приближением, легко получить формулы, описывающие основные наблюдаемые зависимости для иерархического распределения вещества (см. Приложение).

Ниже мы проведем сравнение с наблюдениями иерархической модели с  $\alpha=1$ , для которой:

$$\rho(R) = \rho_0 \left(\frac{R}{r_0}\right)^{-\alpha} = \frac{\rho_0 r_0}{R}; \quad (9)$$

$$M(R) = m_0 \left(\frac{R}{r_0}\right)^2; \quad (10)$$

\* Отметим, что известные парадоксы евклидовой модели возникают от необоснованного применения ньютоновской теории к большим масштабам, где она заведомо неверна.

$$\Delta\varphi(R) = \frac{4}{3} \pi G \rho_0 r_0^2 \left(\frac{R}{r_0}\right)^1; \quad (11)$$

$$v(R) = \left(\frac{4\pi}{3} G \rho_0 r_0^2\right)^{0.5} \left(\frac{R}{r_0}\right)^{0.5}; \quad (12)$$

$$t(R) = t_0 \left(\frac{R}{r_0}\right)^{0.5}; \quad (13)$$

$$m = 5 \lg z + 2.5(\gamma - \beta) \lg(1+z) + c_1; \quad (14)$$

$$\lg N(m) = 0.4m + (\beta - \gamma) \lg(1+z) + c_2; \quad (15)$$

где величины с индексом 0 относятся к скоплениям нулевого уровня;  $R$  — радиус скопления;  $M(R)$  и  $\rho(R)$  — полная масса и плотность скопления;  $\Delta\varphi(R)$  — разность потенциалов между центром и краем скопления;  $v(R)$  — круговая скорость галактик;  $t(R)$  — характерное время пересечения;  $m$  — видимая звездная величина галактик;  $z$  — красное смещение;  $N(m)$  — число галактик до видимой величины  $m$ ;  $\beta$  — показатель степеней в законе эволюции светимости галактик  $L = L_1(1+z)^\beta$ ;  $\gamma$  — показатель степеней в законе изменения спектра излучения  $L'_1 = L_1/(1+z)^\gamma$ .

На рис. 2—4 теоретические зависимости сравниваются с наблюдениями. Следует, однако, иметь в виду, что эти формулы получены для средних характеристик иерархических моделей. На масштабах до 20 Мпс плотность светящегося вещества  $\rho_{\text{вид}} \sim R^{-2}$ , а плотность вириального вещества ближе к закону  $\rho_{\text{вир}} \sim R^{-1}$ , т. е. к модели с  $\alpha=1$ . На этих же масштабах  $\sigma_p \sim R^{0.66}$ , что близко к модельной зависимости  $V \sim R^{0.5}$ . Средняя зависимость отношения  $f = M_{VT}/L_T$  от радиуса  $f \sim R^{0.83}$ , что близко к модельной зависимости  $f \sim R$  (так как  $M_{VT} \sim R^2$ ,  $L_T \sim M_{\text{вид}} \sim R^1$ ). Зависимость числа объектов от предельной величины [22, 90, 89] имеет три участка с наклонами 0.2 (для  $m < 11.0$ ), 0.6 ( $11.0 < m < 16$ ), 0.4 ( $16.0 < m < 24.0$ ). Наклон 0.2 для малых  $m$  согласуется с зависимостью плотности видимого вещества от радиуса  $\rho_{\text{вид}} \sim R^{-2}$  (обе зависимости получены из подсчетов галактик). Наклон 0.4 для  $m > 16.0$  соответствует модели с  $\alpha=1$  (при одинаковом распределении светящейся и скрытой массы на больших масштабах). Параметр эволюции  $\beta$  и параметр  $k$ -поправки  $\gamma$  можно определить (для  $z < 0.5$ ), исходя из отклонений от зависимостей  $\lg N = 0.4m$  и  $\lg z = 0.2m$ .

В отличие от моделей с однородным распределением вещества в моделях с иерархическим распределением необходимо учитывать гравитационное смещение частоты, обусловленное зависимостью разности потенциалов от радиуса выделенного шара:

$$z_{\text{гр}}(R) = \frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta\varphi(R)}{c^2} = \frac{4}{3} \rho_0 r_0 \frac{G}{c^2} R = \frac{H_{\text{гр}}}{c} R. \quad (16)$$

При этом для выбора определенного знака разности потенциалов источник излучения помещаем в начало координат. Таким образом, полное  $z$  галактик будет состоять из суммы доплеровского и гравитационного смещений:  $z = z_{\text{доп}} + z_{\text{гр}}$ . В свою очередь, доплеровское смещение состоит из двух частей  $z_{\text{доп}} = z_p + z_s$ , где  $z_p$  — смещение частоты, обусловленное пекулярными скоростями галактик;  $z_s$  — систематическое смещение частоты, обусловленное общим расширением «газа» галактик. Таким образом,  $z_p \sim \frac{v}{c}$ ;  $z_s \sim \frac{H_0}{c} R$ ;  $z_{\text{гр}} \sim \frac{v^2}{c^2}$ , где  $v$  — пекулярная скорость галактики в скоплении соответствующего уровня;  $H_0$  — постоянная Хаббла. И, следовательно, большая доля гравитационного смещения возможна при больших значениях дисперсии скоростей галактик.

В качестве примера приведем численные значения параметров  $r_0$ ,  $\rho_0$ ,  $v_0$ ,  $H_{\text{гр}}$  для двух моделей (с одинаковым параметром  $\alpha=1$ ):

$$I. r_0 = 10 \text{ кпс}; v_0 = 70 \text{ км/с}; \rho_0 = 2 \cdot 10^{-25} \text{ г/см}^3; H_{\text{гр}} = 1.7 \text{ км/с/Мпс};$$

$$II. r_0 = 10 \text{ кпс}; v_0 = 250 \frac{\text{км}}{\text{с}}; \rho_0 = 2.6 \cdot 10^{-24} \frac{\text{г}}{\text{см}^3};$$

$$H_{\text{гр}} = 22 \frac{\text{км/с}}{\text{Мпс}}.$$

Таким образом, если на масштабах до 20 Мпс вещество распределено иерархически с параметром  $\alpha=1$ , то гравитационное смещение частоты может составлять заметную долю от систематического смещения  $z_s$ .

### Основные выводы

Как показывает проведенный выше обзор наблюдательных и теоретических работ, в настоящее время нельзя сделать окончательных заключений по рассмотренным проблемам. Однако можно сформулировать следующие предварительные выводы.

1. Благодаря успехам рентгеновской астрономии и массовому определению лучевых скоростей галактик появляются методы исследования крупномасштабного распределения галактик, практически свободные от влияния галактического фактора.

2. Видимое распределение галактик хорошо представляется простейшими иерархическими моделями, по крайней мере на масштабах до 20 Мпс. С учетом скрытой массы параметр дилуции иерархии  $\alpha$  лежит в пределах от 1 до 2. Можно надеяться, что дальнейшее статистическое и динамическое моделирование позволит уточнить структуру распределения галактик в больших масштабах.

3. Галактики поля составляют не более нескольких процентов от общего числа галактик до некоторой предельной величины и являются, по видимому, периферийными членами облаков и неправильных скоплений.

4. Современные наблюдательные данные, полученные в оптическом диапазоне, указывают на существование неоднородностей в пространственном распределении галактик на масштабах до 100 Мпс.

5. Структурная соподчиненность звездных систем учитывается во всех современных космологических моделях. В рамках Big-Bang-модели иерархичность рассматривается либо как результат последовательной фрагментации (протоскопления фрагментируют на галактики, галактики фрагментируют на звезды), либо как результат динамической эволюции точечных масс (звезды скучиваются в галактики, галактики скучиваются в скопления галактик). В динамических иерархических моделях может оказаться заметной доля гравитационного смещения частоты.

В заключение автор выражает искреннюю признательность за дискуссии и критические замечания И. Д. Караченцеву, В. А. Липовецкому, В. В. Соколову, В. Ф. Шварцману, А. Л. Щербановскому, а также участникам семинара СКАС КГУ.

### Приложение

#### Вывод основных формул в аналитической модели иерархии

Рассмотрим иерархическое распределение объектов с убывающей средней плотностью (см. рис. 1). Пусть  $V_i, M_i, D_i$  — объем, масса и диаметр скоплений  $i$ -го уровня;  $a_i = D_i/D_{i-1}$  — отношение диаметров скоплений;  $\eta_i$  — число скоплений  $(i-1)$ -го уровня в скоплении  $i$ -го уровня (число элементов на скопление);  $r_0, \rho_0, m_0$  — радиус, плотность и масса скоплений нулевого уровня ( $m_0 = \frac{4\pi}{3} r_0^3 \rho_0$ ).

Зависимость средней плотности от радиуса получим, используя соотношение между радиусом скопления и уровнем иерархии:

$$r = \left( \prod_{i=1}^L a_i \right) r_0 \quad (1)$$

или

$$\ln \frac{r}{r_0} = \sum_{i=1}^L \ln a_i. \quad (2)$$

Учитывая, что

$$M_L = m_0 \prod_{i=1}^L \eta_i; \quad (3)$$

$$V_L = \frac{4\pi}{3} r^3 = V_0 \prod_{i=1}^L a_i^3; \quad (4)$$

$$\rho_L = \frac{M_L}{V_L} = \rho_0 \prod_{i=1}^L \left( \frac{\eta_i}{a_i^3} \right), \quad (5)$$

и переходя в (5) к непрерывным переменным с помощью (2), получим:

$$\ln \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right) = \sum_{i=1}^L \ln a_i \left( \frac{\sum_{i=1}^L \ln \eta_i}{\sum_{i=1}^L \ln a_i} - 3 \right) = -\alpha(r) \ln \left( \frac{r}{r_0} \right); \quad (6)$$

$$\rho(r) = \rho_0 \left( \frac{r}{r_0} \right)^{-\alpha(r)};$$

$$\alpha(r) = 3 - \frac{\int_{r_0}^r \ln \eta(r') dr'}{\int_{r_0}^r \ln a(r') dr'}. \quad (7)$$

Показатель степени  $\alpha(r)$  (диллюция иерархии) не зависит от радиуса (уровня иерархии), если  $a^m = \eta$ , либо  $a$  и  $\eta = \text{const}$  (регулярная модель [3]). Тогда  $\alpha = 3 - m$  и  $\alpha = 3 - \ln \eta / \ln a$  соответственно. Для массы и числа объектов получим:

$$M(r) = m_0 \left( \frac{r}{r_0} \right)^{3-\alpha}; \quad (8)$$

$$N(r) = \left( \frac{r}{r_0} \right)^{3-\alpha}. \quad (9)$$

Кроме средней плотности (5) можно ввести понятие дифференциальной плотности

$$\rho_d(r) = \frac{1}{4\pi r^2} \frac{\partial M}{\partial r} = \frac{1}{3r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^3 \rho), \quad (10)$$

которая в случае  $\alpha = \text{const}$  будет

$$\rho_d(r) = \left( 1 - \frac{\alpha}{3} \right) \rho(r). \quad (11)$$

Решая уравнение Пуассона для плотности (11), получим, что в шаре радиуса  $R$  потенциал будет иметь вид

$$\varphi(r) = - \left( 1 - \frac{\alpha}{3} \right) \frac{4\pi G \rho_0 r_0^2}{(2-\alpha)(3-\alpha)} \left[ (3-\alpha) \left( \frac{R}{r_0} \right)^{2-\alpha} - \left( \frac{r}{r_0} \right)^{2-\alpha} \right], \quad (12)$$

при  $\alpha \neq 2$ ,  $\alpha < 3$ . В случае  $\alpha = 0$  соотношение (12) переходит в обычное выражение для потенциала однородного шара:

$$\varphi(r) = -2\pi G \rho_0 \left( R^2 - \frac{r^2}{3} \right). \quad (13)$$



Круговая скорость галактик на расстоянии  $r$  от центра шара

$$v(r) = \sqrt{\frac{GM(r)}{r}} = \sqrt{\frac{4\pi}{3} G \rho_0 r_0^2 \left(\frac{r}{r_0}\right)^{\frac{2-\alpha}{2}}}; \quad (14)$$

характерное время пересечения галактикой скопления

$$t(r) \approx \frac{r}{v(r)} = \frac{1}{\sqrt{\frac{4\pi}{3} G \rho_0}} \left(\frac{r}{r_0}\right)^{\frac{\alpha}{2}}. \quad (15)$$

В аналитической модели иерархии для определения связи между пространственной плотностью галактик  $\rho(r)$  и поверхностной плотностью  $F(s)$  можно воспользоваться уравнением Цейцеля

$$F(s) = 2 \int_s^R \rho(r) \frac{r dr}{\sqrt{r^2 - s^2}}. \quad (16)$$

В случае  $\alpha=0$

$$F(s) = 2\rho_0 r_0 \frac{R}{r_0} \sqrt{\left(1 - \frac{s^2}{R^2}\right)}; \quad (17)$$

при  $\alpha=1$

$$F(s) = 2\rho_0 r_0 \left[ \ln \left( 1 + \sqrt{\left(1 - \frac{s^2}{R^2}\right)} \right) + \ln \left( \frac{R}{r_0} \right) - \ln \left( \frac{s}{r_0} \right) \right]; \quad (18)$$

при  $\alpha=2$

$$F(s) = 2\rho_0 r_0 \frac{r_0}{s} \arccos \frac{s}{R}. \quad (19)$$

Отметим, что в случае скоплений большого радиуса  $s/R \ll 1$  и  $F(s) \approx \text{const}$  как при  $\alpha=0$ , так и при  $\alpha=1$ , тогда как в случае  $\alpha=2$ ,  $F(s) \sim s^{-1}$ .

Для освещенности единичной площадки, находящейся на расстоянии  $R$  от объекта со светимостью  $L$ , имеем

$$E = \frac{L}{4\pi R^2}, \quad (20)$$

при этом звездная величина объекта

$$m = -2.5 \lg E + \text{const}. \quad (21)$$

Учитывая эволюцию светимости ( $\beta$ ) и поправку за красное смещение ( $\gamma$ )

$$L = \frac{L_1 (1+z)^\beta}{(1+z)^\gamma}, \quad (22)$$

получаем зависимость полного числа объектов  $N(m)$  от предельной звездной величины  $m$  в виде

$$\lg N(m) = 0.4 \left( \frac{3-\alpha}{2} \right) m + \frac{(3-\alpha)(\beta-\gamma)}{2} \lg(1+z) + \text{const}. \quad (23)$$

Из (20), (21), (22) и зависимости  $z(R) = \frac{H}{c} R$  получаем соотношение между красным смещением и видимой величиной галактики

$$m = 5 \lg z + 2.5 (\gamma - \beta) \lg(1+z) + \text{const}. \quad (24)$$

Таким образом, свободными параметрами моделей являются величины  $r_0$ ,  $\rho_0$  (или  $m_0$ ),  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , которые определяются из сопоставления наблюдаемых зависимостей с теоретическими.

#### Список литературы

1. Vaucouleurs G. de. The case for a hierarchical cosmology. — Science, 1970, 167, N 3922, p. 1203—1213.
2. Vaucouleurs G. de. The large-scale distribution of galaxies and clusters of galaxies. — Publ. Astron. Soc. Pacific, 1971, 83, p. 113—143.

3. Wertz J. R. Newtonian hierarchical cosmology. — Univ. Texas Publ. Astron., 1970, N 3, p. 3—143.
4. Zwicky F., Herzog E., Wild P., Karłowicz M., Kowal C. Catalogue of galaxies and of clusters of galaxies. California Inst. of Technology, v. 1—6, 1961—1968.
5. Zwicky F., Rudnicki K. Zur Nichtexistenz von Haufen von Galaxienhaufen. — Z. Astrophys., 1966, 64, p. 246—255.
6. Abell G. O., Seligman C. E. A statistical study of the distribution of clusters of galaxies. — Astron. J., 1967, 72, p. 288.
7. Караченцев И. Д. Некоторые статистические характеристики сверхскопленных галактик. — Астрофизика, 1966, 2, с. 307—316.
8. Abell G. O. The distribution of rich clusters of galaxies. — Astrophys. J., Suppl. ser., 1958, 3, N 31, p. 211—288.
9. Abell G. O. Evidence regarding second-order clustering of galaxies and interaction between clusters of galaxies. — Astron. J., 1961, 66, p. 607—613.
10. Kiang T. On the clustering of rich clusters of galaxies. — Monthly Notices Roy. Astron. Soc., 1967, 135, N 1, p. 1—22.
11. Kiang T., Saslaw W. C. The distribution in space of clusters of galaxies. — Monthly Notices Roy. Astron. Soc., 1969, 134, N 2, p. 129—138.
12. Караченцев И. Д. Средние характеристики систем галактик и проблема существования скрытых виртуальных масс. — Сообщ. Бюроканской обсерватории, 1968, 39, с. 76—94.
13. Rood H. J., Rothman V. C., Turnrose B. E. Empirical properties of the mass discrepancy in groups and clusters of galaxies. — Astrophys. J., 1970, 162, p. 411—423.
14. Neuman J., Scott E. L. A theory of the spatial distribution of galaxies. — Astrophys. J., 1952, 116, p. 144—163.
15. Scott E. L., Shane C. D., Swanson M. D. Comparison of the synthetic and actual distribution of galaxies on a photographic plate. — Astrophys. J., 1954, 119, p. 91—112.
16. Charlier C. V. L. How an infinite world may be built up. — Lund A. O., Meddel., 1922, 5, N 98, p. 1—34.
17. Цвикки Ф. Скопления галактик. — В кн.: Строение звездных систем. М., ИЛ, 1962, с. 479—509.
18. Караченцева В. Е. Каталог изолированных галактик. — Сообщ. САО, 1973, 8, с. 5.
19. Фесенко Б. И. Распространенность и космогоническое значение одиночных галактик. — Астрон. журн., 1976, 53, в. 4, с. 686—693.
20. Turner E. L., Gott J. R. Groups of galaxies. I. A catalog. — Astrophys. J., Suppl. ser., 1976, 32, p. 409—427.
21. Huchra J., Thuan T. X. Isolated galaxies. — Astrophys. J., 1977, 216, p. 694—697.
22. Soneira R. M., Peebles P. J. E. Is there evidence for a spatially homogeneous population of field galaxies? — Astrophys. J., 1977, 211, p. 1—15.
23. Караченцев И. Д., Щербановский А. Л. Моделирование видимого распределения галактик. I. Описание процесса. — Сообщ. САО, 1978, 24, с. 5—46.
24. Groth E., Peebles P. J. E. Statistical analysis of catalogs of extragalactic objects. VII. — Astrophys. J., 1977, 217, p. 385—405.
25. Davis M., Groth E., Peebles P. J. E. Study of galaxy correlations: evidence for the gravitational instability picture in a dense Universe. — Astrophys. J. Lett., 1977, 212, p. L107—L111.
26. Fall S. M., Tremaine S. On estimating correlations in the spatial distribution of galaxies. — Astrophys. J., 1977, 216, p. 682—689.
27. Peebles P. J. E. The gravitational-instability picture and the nature of the distribution of galaxies. — Astrophys. J. Lett., 1974, 189, p. L51—L53.
28. Soneira R. M., Peebles P. J. E. A computer model Universe: simulation of the galaxy distribution in the Lick catalog. — Astron. J., 1978, 83, p. 845—861.
29. Фесенко Б. И. Корреляционные функции чисел галактик. — Письма в Астрон. журн., 1978, 4, № 12, с. 536—539.
30. Peebles P. J. E. Stability of a hierarchical clustering pattern in the distribution of galaxies. — Astron. and Astrophys., 1978, 68, p. 345—352.
31. McHardy I. X-ray sources in clusters of galaxies. — Monthly Notices Roy. Astron. Soc., 1978, 184, p. 783—800.
32. Giacconi R. Origin of X-ray emission from clusters. — Physica Scr., 1978, 17, N 3, p. 377—385.
33. Forman W., Jones C., Murray S., Giacconi R. The detection of large X-ray halos in clusters. — Astrophys. J. Lett., 1978, 225, p. L1—L4.
34. Караченцев И. Д., Липовецкий В. А. О поглощающем веществе в скоплениях галактик. — Астрон. журн., 1968, 45, в. 6, с. 1148—1152.
35. Einasto J. Hypergalaxies. — IAU Symp., 1978, N 79, p. 51—61.

36. Ostriker J. P., Peebles P. J. E. A numerical study of the stability of flattened galaxies: or, can cold galaxies survive? — *Astrophys. J.*, 1973, 186, p. 467—480.
37. Ostriker J. P., Peebles P. J. E., Yahil A. The size and mass of galaxies and the mass of the Universe. — *Astrophys. J. Lett.*, 1974, 193, p. L1—L4.
38. Kormendy J., Bahcall J. N. Faint envelopes of galaxies. — *Astron. J.*, 1974, 79, p. 671—679.
39. Каращенко И. Д. Каталог изолированных пар галактик северного неба. — *Сообщ. САО*, 1972, 7, с. 5.
40. Каращенко И. Д. Двойные галактики с измеренными лучевыми скоростями и оценками масс. — *Сообщ. САО*, 1974, 11, с. 51—76.
41. Фесенко Б. И. Проблема движений в системах галактик. — *Астрон. журн.*, 1976, 53, в. 1, с. 112—118.
42. Karachentsev I. D. Velocity dispersion in small systems of galaxies. — *IAU Symp.*, 1978, N 79, p. 11—20.
43. Turner E. L. Binari galaxies. II. Dynamics and mass-to-light ratios. — *Astrophys. J.*, 1976, 208, p. 304—316.
44. Materné J. On the dynamical stability of the NGC1023 group. — *Astron. and Astrophys.*, 1974, 33, p. 451—454.
45. Aarseth S. J., Saslaw W. C. Virial mass determinations of bound and unstable groups of galaxies. — *Astrophys. J.*, 1972, 172, p. 17—36.
46. Materné J., Tammann G. A. Virial tests for fourteen nearby groups of galaxies: a case for the dynamical stability of some groups. — *Astron. and Astrophys.*, 1974, 37, p. 383—388.
47. Gott J. R., Turner E. L. Groups of galaxies. III. Mass-to-light ratios and crossing times. — *Astrophys. J.*, 1977, 213, p. 309—322.
48. Rood H. J. Empirical properties of the mass discrepancy in groups and clusters of galaxies. II. — *Astrophys. J.*, 1974, 188, p. 451—462.
49. Hartwick E. D. A. The virial mass discrepancy in groups and clusters of galaxies. — *Astrophys. J.*, 1978, 219, p. 345—351.
50. Rood H. J., Dickel J. R. Virial properties of groups of galaxies. — *Astrophys. J.*, 1978, 224, p. 724—744.
51. Holmberg E. Distribution of clusters of galaxies as related to Galactic absorption. — *Astron. and Astrophys.*, 1974, 35, p. 121—141.
52. Фесенко Б. И., Фесенко Л. М. Природа видимого распределения слабых галактик. — *Астрон. журн.*, 1978, 55, в. 2, с. 262—271.
53. Burstein D., Heiles C. HI, galaxy counts and reddening: variation in the gas-to-dust ratio, the extinction at high galactic latitudes, and a new method for determining galactic reddening. — *Astrophys. J.*, 1978, 225, p. 40—55.
54. Bogart R. S., Wagoner P. V. Clustering effects among clusters of galaxies and QSO. — *Astrophys. J.*, 1973, 181, p. 609—618.
55. Hauser M. J., Peebles P. J. E. Statistical analysis of catalogs of extragalactic objects. II. The Abel catalog of rich clusters. — *Astrophys. J.*, 1973, 185, p. 757—786.
56. Rood H. J. Nearby groups of galaxy clusters. — *Astrophys. J.*, 1976, 207, p. 16—24.
57. Каращенко И. Д., Щербановский А. Л. Пары и триплеты скопления галактик. — *Астрон. журн.*, 1978, 55, в. 3, с. 449—455.
58. Каращенко И. Д., Царевская Р. Л., Щербановский А. Л. О существовании кратных скоплений галактик. — *Астрон. журн.*, 1975, 52, в. 5, с. 999—1006.
59. Эйбелл Г. О. Сверхсгущивание галактик. — В кн.: *Космология. Теория и наблюдения*. М., «Мир», 1978, с. 111—128.
60. Abell G. O. The physical properties of large scale systems from optical observations. — *IAU Symp.*, 1978, N 79, p. 253—262.
61. Lari C., Perola G. C. Radio properties of Abell clusters. — *IAU Symp.*, 1978, N 79, p. 136—147.
62. Chincarini G., Rood H. J. The Coma supercluster. — *Astrophys. J.*, 1976, 206, p. 30—37.
63. Gregory S. A., Thompson L. A. The Coma/A1367 supercluster and its environs. — *Astrophys. J.*, 1978, 222, p. 784—799.
64. Chincarini G., Rood H. Space distribution of Sc galaxies: clues to the large-scale structure. — *Astrophys. J.*, 1979, 230, p. 648—654.
65. Rubin V. C., Ford W. K., Thonnard N., Roberts M. S., Graham J. A. Motion of the Galaxy and the Local Group determined from the velocity anisotropy of distant Sc I galaxies. I. The data. — *Astron. J.*, 1976, 81, p. 687—718.
66. Materné J. The structure of nearby clusters of galaxies. Hierarchical clustering and an application to the Leo region. — *Astron. and Astrophys.*, 1978, 63, N 3, p. 401—409.
67. Зельдович Я. Б., Новиков И. Д. Строение и эволюция Вселенной. М., «Наука», 1975. 735 с.

68. Гуревич Л. Э., Чернин А. Д. Введение в космогноию. М., «Наука», 1978. 383 с.
69. Brecher K., Kieras C. On the angular size-redshift test for double radio sources. — *Astrophys. and Sp. Sci.*, 1977, 47, p. 25—30.
70. Hooley A., Longair M. S., Rily J. M. The angular diameter-redshift test for quasi-stellar radio sources with large redshift. — *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.*, 1978, 182, p. 127—146.
71. Silk J. Large-scale inhomogeneity of the Universe: implications for the deceleration parameter. — *Astrophys. J.*, 1974, 193, p. 525—528.
72. Sandage A. The redshift-distance relation. VIII. Magnitudes and redshifts of southern galaxies in groups: a further mapping of local velocity field and an estimate of  $q_0$ . — *Astrophys. J.*, 1975, 202, p. 563—582.
73. Davis M., Geller M. J., Huchra J. The local mean mass density of the Universe: new methods for studying galaxy clustering. — *Astrophys. J.*, 1978, 221, p. 1—18.
74. Kristian J., Sandage A., Westphal J. A. The extension of the Hubble diagram. II. New redshifts and photometry of very distant galaxy clusters: first indication of a deviation of the Hubble diagram from a straight line. — *Astrophys. J.*, 1978, 221, p. 383—394.
75. Doroshkevich A. G., Shandarin S. F. A mean density and a correlation function of rich clusters: theory and observations. — *Monthly Notice Roy. Astron. Soc.*, 1977, 182, p. 27—33.
76. Silk J., Wilson M. J. Primordial inhomogeneities in the expanding Universe. I. Density and velocity distributions of galaxies in the vicinities of rich clusters. — *Astrophys. J.*, 1979, 228, p. 641—645.
77. Парийский Ю. Н., Петров З. Н., Черков Л. Н. Поиск первичных возмущений Вселенной: наблюдения при помощи РАТАН-600. — *Письма в Астрон. журн.*, 1977, 3, с. 483—487.
78. Дорошкевич А. Г., Зельдович Я. Б., Сюняев Р. А. Флуктуации реликтового излучения в адиабатической и энтропийной теориях образования галактик. — *Астрон. журн.*, 1978, 55, в. 5, с. 913—921.
79. Peebles P. J. E., Dicke R. H. Origin of the globular star clusters. — *Astrophys. J.*, 1968, 154, p. 891—908.
80. Rees M. J. Dissipative processes, galaxy formation and «early» star formation. — *Physica Scr.*, 1978, 17, p. 371—376.
81. Rees M. J. Origin of pregalactic microwave background. — *Nature*, 1978, 275, p. 35—37.
82. White S. D. M., Rees M. J. Core condensation in heavy halos: a two-stage theory for galaxy formation and clustering. — *Monthly Notice Roy. Astron. Soc.*, 1978, 183, p. 341—358.
83. Press W. H., Schechter P. Formation of galaxies and clusters of galaxies by self-similar gravitational condensation. — *Astrophys. J.*, 1974, 187, p. 425—438.
84. Aarseth S. J., Gott J. R., Turner E. L. N-body simulations of galaxy clustering. I. Initial conditions and galaxy collapse times. — *Astrophys. J.*, 1979, 228, p. 664—683.
85. Musthotsky R. F., Serlemitses P. J., Smith B. W., Boldt E. A., Holt S. S. OSO8 X-ray spectra of clusters of galaxies. I. Observations of twenty clusters: physical correlations. — *Astrophys. J.*, 1979, 225, p. 21—39.
86. Thirring W. E. An alternative approach to the theory of gravitation. — *Annals of Phys.*, 1961, 16, p. 96—117.
87. Барышев Ю. В., Соколов В. В. Релятивистская тензорная теория гравитационного поля в плоском пространстве—времени. — *Труды Астрон. обсерватории ЛГУ*, т. 38.
88. Зельдович Я. Б., Новиков И. Д. Теория тяготения и эволюция звезд. М., «Наука», 1971. 484 с.
89. Караченцев И. Д., Копылов А. И. Подсчеты слабых галактик. — *Письма в Астрон. журн.*, 1977, 3, № 6, с. 246—250.
90. Tyson J. A., Jarvis J. F. Evolution of galaxies: automated faint object counts to 24th magnitude. — *Astrophys. J. Lett.*, 1979, 230, p. L153—L156.