

РАСЧЕТ РАССЕЯННОГО ФОНА ДИАГРАММЫ НАПРАВЛЕННОСТИ АПП, ОБУСЛОВЛЕННОГО ОШИБКАМИ ПОВЕРХНОСТИ

О. И. Крам

Рассматривается рассеянный фон диаграммы направленности АПП, обусловленный ошибками поверхности основного отражателя. Анализ полученных формул, подтвержденных результатами наблюдений на РАТАН-600, показал, что поле рассеяния в дальней зоне при больших ошибках установки элементов по радиусу определяется величиной этих ошибок.

The scattered pattern of the variable profile antenna caused by errors of the primary reflector surface is considered. The analysis of the formula deduced confirmed by the results of the observations with the radiotelescope RATAN-600 has showed that the scattering field in the distant with large errors of setting of the elements is determined by the values of these errors.

Вопрос об искажениях диаграммы направленности антенны, вносимых случайными ошибками поверхности основного отражателя антенны, рассматривается во многих работах [1—4]. Особо стоит упомянуть монографию Шифрина [5], в которой определен общий подход к решению дан-

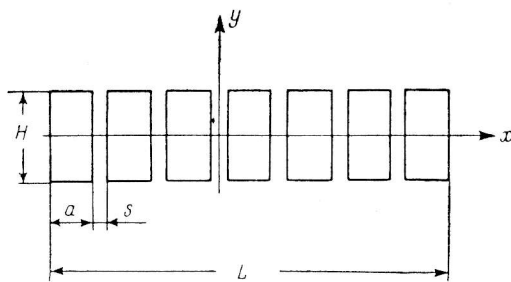


Рис. 1.

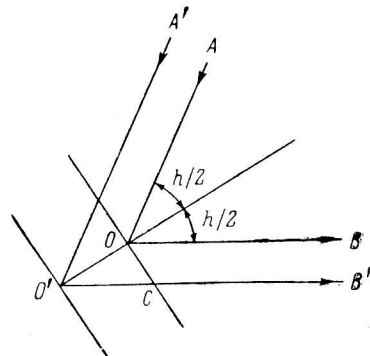


Рис. 2.

ного вопроса для разных антенн и разных соотношений величины ошибки, радиуса корреляции, размера антенны и длины волны, на которой работает антенна.

AO, OB — падающий и отраженный лучи при правильном положении щита; $A'O', O'B'$ — падающий и отраженный лучи при смещенном положении щита; $O'O$ — смещение положения щита, измеренное по нормали к щиту; $O'C$ — смещение положения щита, измеренное по радиусу.

Однако ввиду того что антенна переменного профиля (АПП) является радиорефлектором, содержащим элементы решетки, влияние ошибок поверхности такой антенны на диаграмму направленности требует более конкретного рассмотрения. Исследование влияния случайных ошибок на электрические характеристики остронаправленных зеркальных антенн с отражателем переменного профиля было проведено в статье Брауде, Есепкиной и др. [6].

Целью данной работы является определение вида диаграммы рассеяния АПП, в частности одного сектора РАТАН-600, и определение количественного вклада в рассеянный фон двух видов ошибок поверхности: установки элементов (щитов) по радиусу и ошибок поверхности самих элементов.

Один сектор кругового отражателя РАТАНа можно представить в виде плоской решетки, состоящей из N щитов (рис. 1).

Поле в дальней зоне антенны определяется выражением

$$F(\theta, \varphi) \sim \int_{-H/2}^{H/2} \int_{-L/2}^{L/2} A_0(x, y) \exp[jk \sin \theta (x \cos \varphi + y \sin \varphi)] \exp[-jf(x, y)] dx dy,$$

где θ, φ — сферические координаты точки наблюдения; $A_0(x, y)$ — закон распределения амплитуды поля в раскрыве, пусть $A_0(x, y) \equiv 1$; $f(x, y)$ — закон распределения фазы. Будем считать, что $f(x, y)$ — нормально распределенная случайная функция, $\overline{f(x, y)} = 0$, $\overline{f^2(x, y)} = \overline{\delta^2}$.

Для расчета средней диаграммы направленности по мощности была использована методика, изложенная в работе [5]. С точностью до постоянного множителя можно написать

$$FF^* = \iint_{-H/2}^{H/2} \iint_{-L/2}^{L/2} \exp\{jk \sin \theta [(x_1 - x_2) \cos \varphi + (y_1 - y_2) \sin \varphi]\} \times \\ \times \overline{\exp\{j[f(x_1 y_1) - f(x_2 y_2)]\}} dx_1 dx_2 dy_1 dy_2.$$

Для нормально распределенной функции

$$\overline{\exp\{j[f(x_1 y_1) - f(x_2 y_2)]\}} = \exp(-\delta^2) \exp(\overline{\delta^2} r),$$

где r — коэффициент корреляции случайного процесса $f(x, y)$, включающего в себя три независимых процесса: $f_1(x, y)$, $f_2(x, y)$, $f_3(x, y)$.

Случайная функция $f_1(x, y)$ с дисперсией $\overline{\delta_1^2}$ обусловлена неточной установкой щитов по радиусу, $f_2(x, y)$ с дисперсией $\overline{\delta_2^2}$ связана с коррелированными ошибками поверхности отдельных щитов,* $f_3(x, y)$ — с некоррелированными ошибками поверхности отдельных щитов, $\overline{\delta_1^2} + \overline{\delta_2^2} + \overline{\delta_3^2} = \overline{\delta^2}$;

$$\overline{\delta_1^2} = [4\pi \varepsilon_1 \cos^2(h/2)/\lambda]^2; \quad \overline{\delta_2^2} = [4\pi \varepsilon_2 \cos(h/2)/\lambda]^2; \quad \overline{\delta_3^2} = [4\pi \varepsilon_3 \cos(h/2)/\lambda]^2,$$

где h — высота наблюдаемого источника; ε — среднее квадратичное значение величины ошибки, мм.

Различие в показателе степени при \cos для $\overline{\delta_1^2}$ и $\overline{\delta_3^2}$ обусловлено тем, что ε_1 — среднее квадратичное значение изменения положения элемента по радиусу, а $\varepsilon_2, \varepsilon_3$ измеряются по нормали к поверхности элемента (рис. 2).

Как указано в [5], r можно представить в виде

$$r = (\overline{\delta_1^2} r_1)/\overline{\delta^2} + (\overline{\delta_2^2} r_2)/\overline{\delta^2} + (\overline{\delta_3^2} r_3)/\overline{\delta^2},$$

где r_1, r_2, r_3 — коэффициенты корреляции вышеуказанных случайных процессов.

При разложении в ряд $\exp(\overline{\delta^2} r)$ имеем:

$$\exp = \sum_{\mu=0}^{\infty} (\overline{\delta^2} r)^\mu / \mu!$$

* О возможности существования коррелированных ошибок, связанных с формированием поверхности щитов на одном и том же шаблоне, высказала предположения Н. А. Есепкина. Она провела расчет влияния этих ошибок методом, отличным от нижеизложенного.

тогда

$$FF^* = \exp(-\bar{\delta}^2) \sum_{\mu=0}^{\infty} \int_{-H/2}^{H/2} \int_{-L/2}^{L/2} \exp\{jk \sin \theta [(x_1 - x_2) \cos \varphi + (y_1 - y_2) \sin \varphi]\} \times \\ \times (\bar{\delta}_1^2 r_1 + \bar{\delta}_2^2 r_2 + \bar{\delta}_3^2 r_3)^{\mu/\mu!} \cdot dx_1 dx_2 dy_1 dy_2. \quad (1)$$

Если $\bar{\delta}_1^2, \bar{\delta}_2^2, \bar{\delta}_3^2 < 1$, то в выражении (1) можно ограничиться тремя слагаемыми:

$$\overline{FF^*} = \exp(-\bar{\delta}^2) \int_{-H/2}^{H/2} \int_{-L/2}^{L/2} \exp\{jk \sin \theta [(x_1 - x_2) \cos \varphi + (y_1 - y_2) \sin \varphi]\} \times \\ \times [1 + \bar{\delta}_1^2 r_1 + \bar{\delta}_2^2 r_2 + \bar{\delta}_3^2 r_3 + (\bar{\delta}_1^2 r_1)^2/2 + (\bar{\delta}_2^2 r_2)^2/2 + (\bar{\delta}_3^2 r_3)^2/2 + \bar{\delta}_1^2 \bar{\delta}_2^2 r_1 r_2 + \\ + \bar{\delta}_2^2 \bar{\delta}_3^2 r_2 r_3 + \bar{\delta}_1^2 \bar{\delta}_3^2 r_1 r_3] dx_1 dx_2 dy_1 dy_2. \quad (2)$$

Так как отражатель АПП мы рассматриваем как решетку, то интегралы по L в (1) можно заменить суммой по N элементам во всех слагаемых, кроме слагаемых, содержащих r_3^{μ} , в связи с тем что некоррелированные ошибки поверхности щитов никак не связаны с периодической структурой всей поверхности отражателя.

$$\int_{-H/2}^{H/2} \int_{-L/2}^{L/2} \exp\{jk \sin \theta [(x_1 - x_2) \cos \varphi + (y_1 - y_2) \sin \varphi]\} dx_1 dx_2 dy_1 dy_2 = \\ = \int_{-H/2}^{H/2} \exp[jk (y_1 - y_2) \sin \theta \sin \varphi] \left\{ \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N \exp[jk (a + s) (n - m) \sin \theta \cos \varphi] \times \right. \\ \left. \times \int_{-a/2}^{a/2} \exp[jk (x_1 - x_2) \sin \theta \cos \varphi] dx_1 dx_2 \right\} dy_1 dy_2.$$

Считаем, что

$$r_1 = \begin{cases} 1 & \text{при } m = n; \\ 0 & \text{при } m \neq n; \end{cases}$$

$$r_2 = \exp\left\{-[(x_1 - x_2)/(a/2n_x)]^2 - [(y_1 - y_2)/(H/2n_y)]^2\right\} \quad \text{при } |x| \leq a/2;$$

$$r_3 = \exp\left\{-[(x_1 - x_2)/(a/2n_x)]^2 - [(y_1 - y_2)/(H/2n_y)]^2\right\} \quad \text{при } |x| \leq L/2;$$

$$H/2n_y = H/2n_y; \quad a/2n_x = a/2n_x = a/2n_x;$$

где $a/2n_x, H/2n_y$ — радиусы корреляции.

В результате преобразования выражения (2) можно получить:

$$\overline{FF^*} = a^2 H^2 N^2 \exp(-\bar{\delta}^2) \left\{ \frac{\sin^2((Nk(a+s) \sin \theta \cos \varphi)/2)}{N^2 \sin^2((k(a+s) \sin \theta \cos \varphi)/2)} \cdot \frac{\sin^2((ka \sin \theta \cos \varphi)/2)}{((ka \sin \theta \cos \varphi)/2)^2} \times \right. \\ \times \frac{\sin^2((kH \sin \theta \sin \varphi)/2)}{((kH \sin \theta \sin \varphi)/2)^2} + \bar{\delta}_1^2/N \cdot \frac{\sin^2((ka \sin \theta \cos \varphi)/2)}{((ka \sin \theta \cos \varphi)/2)^2} \cdot \frac{\sin^2((kH \sin \theta \sin \varphi)/2)}{((kH \sin \theta \sin \varphi)/2)^2} + \\ \left. + \bar{\delta}_2^2/N^2 \cdot \frac{\sin^2((Nk(a+s) \sin \theta \cos \varphi)/2)}{\sin^2((k(a+s) \sin \theta \cos \varphi)/2)} \cdot \pi/4 \cdot 1/n_x n_y \times \right. \\ \times \exp[-(\pi a \sin \theta \cos \varphi)^2/(2\lambda n_x)^2 - (\pi H \sin \theta \sin \varphi)^2/(2\lambda n_y)^2] + \bar{\delta}_3^2/N \cdot \pi/4 \cdot 1/n_x n_y \times \\ \times \exp[-(\pi a \sin \theta \cos \varphi)^2/(2\lambda n_x)^2 - (\pi H \sin \theta \sin \varphi)^2/(2\lambda n_y)^2] + \\ \left. + (\bar{\delta}_1^2)^2/2N \cdot \frac{\sin^2((kH \sin \theta \sin \varphi)/2)}{((kH \sin \theta \sin \varphi)/2)^2} \cdot \frac{\sin^2((ka \sin \theta \cos \varphi)/2)}{((ka \sin \theta \cos \varphi)/2)^2} + \right. \\ \left. + (\bar{\delta}_2^2)^2/2N^2 \cdot \frac{\sin^2((Nk(a+s) \sin \theta \cos \varphi)/2)}{\sin^2((k(a+s) \sin \theta \cos \varphi)/2)} \cdot \pi/8 \cdot 1/n_x n_y \times \right.$$

$$\begin{aligned}
& \times \exp [-(\pi a \sin \theta \cos \varphi)^2 / (2 \sqrt{2} \lambda n_x)^2 - (\pi H \sin \theta \sin \varphi)^2 / (2 \sqrt{2} \lambda n_y)^2] + \\
& + (\overline{\delta_3^2})^2 / 2N \cdot \pi / 8 \cdot 1 / n_x n_y \cdot \exp [-(\pi a \sin \theta \cos \varphi)^2 / (2 \sqrt{2} \lambda n_x)^2 - \\
& - (\pi H \sin \theta \sin \varphi)^2 / (2 \sqrt{2} \lambda n_y)^2] + \overline{\delta_1^2} \overline{\delta_{\text{пов}}^2} / N \cdot \pi / 4 \cdot 1 / n_x n_y \times \\
& \times \exp [-(\pi a \sin \theta \cos \varphi)^2 / (2 \lambda n_x)^2 - (\pi H \sin \theta \sin \varphi)^2 / (2 \lambda n_y)^2] + \\
& + \overline{\delta_2^2} \overline{\delta_3^2} / N^2 \cdot \pi / 8 \cdot 1 / n_x n_y \cdot \frac{\sin^2 ((Nk(a+s) \sin \theta \cos \varphi) / 2)}{\sin^2 ((k(a+s) \sin \theta \cos \varphi) / 2)} \times \\
& \times \exp [-(\pi a \sin \theta \cos \varphi)^2 / (2 \sqrt{2} \lambda n_x)^2 - (\pi H \sin \theta \sin \varphi)^2 / (2 \sqrt{2} \lambda n_y)^2] \}. \quad (3)
\end{aligned}$$

Здесь $\overline{\delta_{\text{пов}}^2} = \overline{\delta_2^2} + \overline{\delta_3^2}$.

Из рассмотрения выражения (3) видно, что первое слагаемое представляет собой диаграмму плоской решетки без ошибок. Рассеянный фон диаграммы, обусловленный ошибками, определяется всеми остальными членами, причем члены, содержащие множитель решетки

$$\frac{\sin^2 ((Nk(a+s) \sin \theta \cos \varphi) / 2)}{N^2 \sin^2 ((k(a+s) \sin \theta \cos \varphi) / 2)},$$

определяют искажение лепестков решетки.

В первом приближении можно считать, что увеличение n -го лепестка за счет наличия коррелированных ошибок поверхности щита при $\varphi = 0$ определяется отношением

$$R_1(n) = \frac{\overline{\delta_2^2} \cdot \pi / 4 \cdot 1 / n_x n_y \cdot \exp \{-(\pi a n)^2 / [2n_x(a+s)]^2\}}{\sin^2 (\pi a n / (a+s)) / (\pi a n / (a+s))^2} \sim \varepsilon_2^2 / \lambda^2; \quad (4)$$

тогда при $\varepsilon_2 = 0.2$ мм, $\lambda = 20.8$ мм, $a = 2$ м, $s = 0.08$ м, $n_x = 6$, $n_y = 6$ для $n = 1$, $R_1 = 16\%$.

Как следует из выражения (3), амплитуда и вид протяженной составляющей рассеянного фона определяются соотношением между $\overline{\delta_1^2}$ и $\overline{\delta_{\text{пов}}^2}$. Учитывая то, что ошибка поверхности щитов РАТАНа $\varepsilon_{\text{пов}} < 1$ мм, получаем в сантиметровом диапазоне $\overline{\delta_{\text{пов}}^2} \ll 1$. Тогда при $\overline{\delta_1^2} < 1$ отношение величины рассеянного фона за счет неточной установки щитов при заданном θ к величине рассеянного фона за счет других механизмов рассеяния имеет вид:

$$R_2(\theta) = \frac{\overline{\delta_1^2} \sin^2 ((ka \sin \theta) / 2) / (ka \sin \theta / 2)^2}{\overline{\delta_3^2} \cdot \pi / 4 \cdot 1 / n_x n_y \cdot \exp [-(\pi a \sin \theta)^2 / (2 \lambda n_x)^2]}. \quad (5)$$

Следовательно, при $\theta = 0$

$$R_2 = \overline{\delta_1^2} / \overline{\delta_3^2} \cdot 4 / \pi \cdot n_x n_y \sim (\varepsilon_1 / \varepsilon_3)^2 n_x n_y;$$

при $\theta = 1/2 \cdot \lambda / a \cdot n_x$

$$R_2 = \overline{\delta_1^2} / \overline{\delta_3^2} \cdot n_y / n_x \cdot 32 / \pi^3 \sim (\varepsilon_1 / \varepsilon_3)^2 \cdot n_y / n_x. \quad (6)$$

Если положить $n_x = 6$, $n_y = 6$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_3 = 0.4$ мм, то $R_2(1/2 \cdot \lambda / a \cdot n_x) = 1$. Из формулы (6) следует, что только при $(\varepsilon_1)^2 < (\varepsilon_3)^2 \cdot n_x / n_y$ дальнейшее поле рассеяния будет определяться ошибками поверхности щитов.

Если $\overline{\delta_1^2} > 1$, т. е. ошибка установки щитов по радиусу > 1 мм, то нельзя уже ограничиться тремя членами в выражении (1), и R_2 будет иметь вид:

$$R_2' = \frac{\sum_{\mu=1}^M (\overline{\delta_1^2})^{\mu/\mu} \mu! \sin^2 ((ka \sin \theta) / 2) / ((ka \sin \theta) / 2)^2}{\overline{\delta_3^2} + \overline{\delta_{\text{пов}}^2} \sum_{\mu=1}^{M-1} (\overline{\delta_1^2})^{\mu/\mu} \mu! \pi / 4 \cdot 1 / n_x n_y \cdot \exp [-(\pi a \sin \theta)^2 / (2 \lambda n_x)^2]}. \quad (7)$$

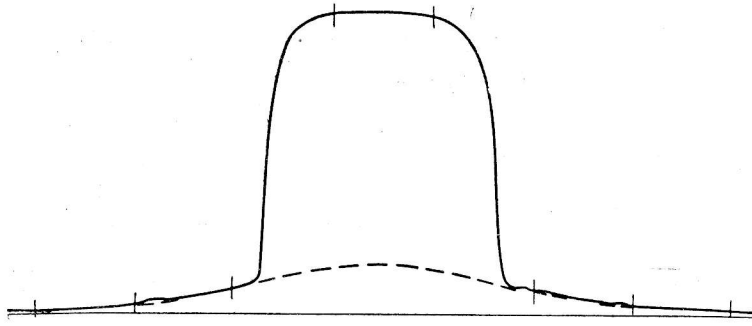


Рис. 3. Запись наблюдений Луны на РАТАН-600 27.10.79.
 $h=27^\circ$, $\varepsilon_1=0.7$ мм, $\lambda=20.8$ мм.

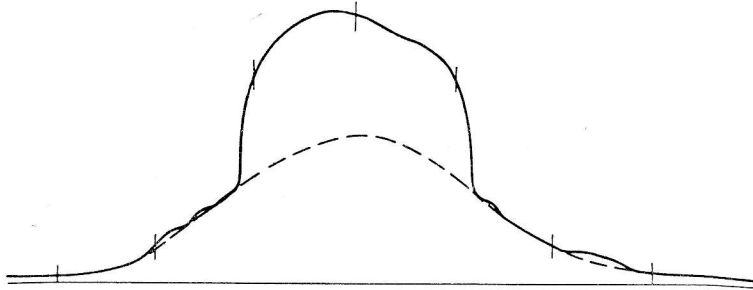


Рис. 4. Запись наблюдений Луны на РАТАН-600 28.10.79.
 $h=29^\circ$, введена случайная ошибка на щиты по радиусу $\varepsilon=1.5$ мм, $\lambda=20.8$ мм.

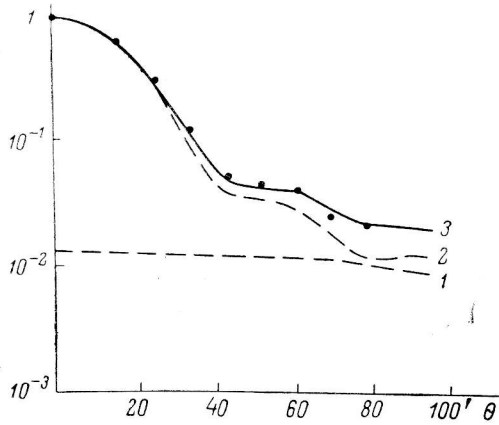


Рис. 5.

1 — свертка функции распределения яркости по Луне с функцией $A \sin^2((ka \sin \theta)/2)/((ka \sin \theta)/2)^2$; 2 — свертка функции распределения яркости по Луне с функцией $B \exp[-(\pi a \sin \theta)^2/(2\lambda n_x)^2]$; 3 — сумма двух свертков; • экспериментальные точки из записи наблюдений Луны 27.10.79.

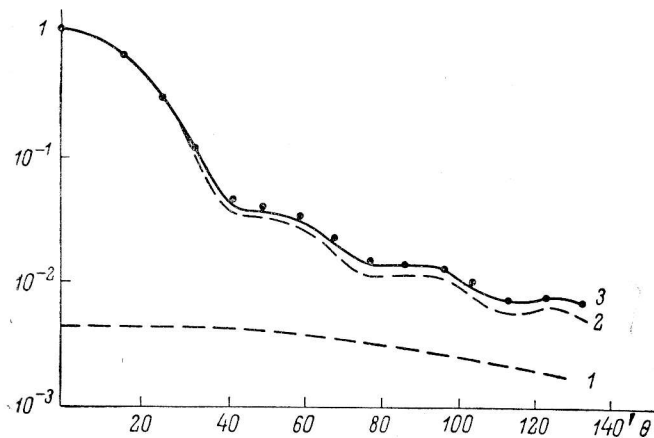


Рис. 6.

1 — свертка функции распределения яркости по Луне с функцией $A' \sin^2((ka \sin \theta)/2)/((ka \sin \theta)/2)^2$; 2 — свертка функции распределения яркости по Луне с функцией $B' \exp[-(\pi a \sin \theta)^2/(2\lambda n_x)^2]$; 3 — сумма двух свертков; • экспериментальные точки из записи наблюдений Луны 28.10.79.

Обозначив

$$\sum_{\mu=1}^M (\overline{\delta_1^2})^{\mu/\mu} ! = \overline{\delta_{1\text{ЭКВ}}^2}$$

и

$$\overline{\delta_3^2} + \overline{\delta_{\text{ПОВ}}^2} \sum_{\mu=1}^{M-1} (\overline{\delta_1^2})^{\mu/\mu} ! = \overline{\delta_{\text{ПОВ.ЭКВ}}^2},$$

получим

$$R_2'(0) = \overline{\delta_{1\text{ЭКВ}}^2} / \overline{\delta_{\text{ПОВ.ЭКВ}}^2} \cdot 4/\pi \cdot n_x n_y,$$

а

$$R_2'(1/2 \cdot \lambda/a \cdot n_x) = \overline{\delta_{1\text{ЭКВ}}^2} / \overline{\delta_{\text{ПОВ.ЭКВ}}^2} \cdot 32/\pi^3 \cdot n_y/n_x, \quad (8)$$

откуда следует, что $R_2'(1/2 \cdot \lambda/a \cdot n_x)$ всегда больше 1, т. е. при больших ошибках установки щитов по радиусу поле рассеяния в дальней зоне будет определяться в основном этими ошибками.

Выводы, к которым приводит анализ формул (6) и (8), подтверждаются наблюдениями мощных источников на РАТАН-600 (Солнца, Луны). На рис. 3 и 4 приведены записи наблюдений Луны, сделанные в октябре 1979 г.* Причем наблюдения Луны на рис. 4 были проведены на антенне с искусственно введенной случайной ошибкой по радиусу со среднеквадратическим значением $\varepsilon = 1.5$ мм. На рис. 5, 6 приведены теоретические кривые рассеянного фона, представляющие собой сумму двух функций с соответствующими коэффициентами: свертки функции распределения яркости по Луне с $\sin^2 (ka \sin \theta/2) / (ka \sin \theta/2)^2$ и с $\exp [-(\pi a \sin \theta)^2 / (2\lambda n_x)^2]$. Точками на этих рисунках обозначены величины, полученные из записей наблюдений Луны (рис. 3, 4).

Итак, в экспериментальной кривой рассеянного фона, снятой с помощью наблюдений Луны, можно выделить две составляющие: 1) связанную с ошибками установки щитов по радиусу и 2) связанную с поверхностью отдельных щитов. При этом при больших ошибках установки щитов первая составляющая вносит основной вклад и в ближнее поле ($\theta \leq \lambda/a$), и в дальнее поле рассеяния ($\theta > \lambda/a$).

Список литературы

1. Рузе Э. Влияние ошибок раскрыва на диаграммы направленности антенн. — Вопросы радиолокационной техники, 1965, № 2, с. 98—110.
2. Robieux I. Influence de la precision de fabrication d'une antenne sur ses performances. — Ann. Radioélectr., 1956, v. 11, p. 29—56.
3. Bates R. H. T. Random errors aperture distributions. — IRE Transactions on Antennas and Propagation, 1956, v. 7, N 4, p. 369—372.
4. Ruse I. Antenna tolerance theory — a review. — Proceedings of the IEEE, 1966, v. 54, N 4, p. 633—640.
5. Шифрин Я. С. Вопросы статистической теории антенн. М., «Сов. радио», 1970.
6. Брауде Б. В., Есепкина Н. А., Кайдановский Н. Л., Хайкин С. Э. Исследование влияния случайных ошибок на электрические характеристики остронаправленных зеркальных антенн с отражателем переменного профиля. — Радиотехника и электроника, 1960, т. 5, вып. 4, с. 584—596.

* Записи Луны были любезно предоставлены М. Н. Наугольной.