

РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ СТОКСА ДЛЯ ИЗЛУЧЕНИЯ В ЛИНИЯХ ОТ МАГНИТНЫХ ЗВЕЗД

В. С. Лебедев

Описаны алгоритмы и программа для вычисления параметров Стокса излучения в спектральной линии от звезды с магнитным полем и неоднородным распределением физических условий по поверхности.

The algorithm and the program are described for calculation of Stokes parameters of spectral line emission from a star having a magnetic field and inhomogeneous distribution of physical conditions over the surface.

Для объяснения фотометрических, спектральных и магнитных изменений излучения пекулярных Ар-звезд успешнее других привлекается модель наклонного ротатора [1—3]. В этой модели изменения наблюдаемых параметров со временем связываются с вращением вокруг оси, составляющей ненулевой угол с лучом зрения, звезды с неоднородным распределением физических условий по поверхности. Очевидно, для того чтобы давать изменения распределение по поверхности должно быть несимметричным относительно оси вращения.

Магнитные поля звезд измеряют по зеемановскому сдвигу спектральных линий на спектрограммах, полученных для двух взаимно ортогональных состояний поляризации [4]. В случае формирования линии от звезды с неоднородной поверхностью контуры их становятся несимметричными и многокомпонентными даже при отсутствии магнитного поля. Это приводит к тому, что измеряемое магнитное поле отягощено влиянием неоднородностей физических условий. С другой стороны, наличие магнитного поля нужно учитывать при количественной интерпретации спектральных изменений. Для исследования взаимодействия этих факторов необходимо решить задачу о переносе излучения в спектральной линии с учетом как магнитного поля, так и неоднородностей физических условий на поверхности звезды. Надежды на аналитическое решение этой задачи почти нет. Остаются только численные методы.

Представляется естественным разделение решения задачи на две части:

- 1) вычисление интенсивности выходящего излучения в частотах линии и континуума под разными углами к нормали;
- 2) расчет потока излучения от звезды путем интегрирования интенсивности излучения по видимой части поверхности с учетом неоднородностей и вращения.

Излучение от звезды с магнитным полем поляризовано. Для его описания воспользуемся параметрами Стокса $\vec{S} = \{I, Q, U, V\}$ [5, 6]. Если $\vec{S}_I(\theta)$ — вектор Стокса для интенсивности выходящего излучения под углом θ к нормали, а \vec{S}_F — вектор Стокса для потока выходящего излучения, то в силу аддитивности параметров Стокса

$$\vec{S}_F = \int \int_{\sigma_{\text{вид}}} \vec{S}_I(\theta) \cos \theta d\sigma, \quad (1)$$

где $d\sigma$ — элемент поверхности звезды. Считаем, что:

1) звезда имеет форму шара и вращается как твердое тело с линейной экваториальной скоростью v_e вокруг оси, наклоненной к лучу зрения на угол i ;

2) параметры Стокса для интенсивности выходящего излучения даются решением Унно [7] для переноса излучения в присутствии магнитного поля, т. е. линия, представляющая собой нормальный зеемановский триплет, образуется механизмом истинного поглощения в модели Милна—

Эддингтона с линейной функцией источников и постоянным магнитным полем;

3) параметры, входящие в решение Унно, зависят от положения точки на поверхности звезды;

4) магнитное поле звезды представляет собой суперпозицию конечного числа диполей с произвольными моментами, положениями и ориентацией.

В системе координат с осью z , направленной на наблюдателя, и магнитным полем, расположенным в плоскости zox (рис. 1), решение Унно записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} I_{\text{cont}}(0, \theta) &= B_0 (1 + \beta_0 \cos \theta); \\ I(0, \theta) &= B_0 [1 + \beta_0 \cos \theta (1 + \eta_I)] / [(1 + \eta_I)^2 - \eta_0^2 - \eta_V^2]; \\ Q(0, \theta) &= -B_0 \beta_0 \cos \theta \eta_Q / [(1 + \eta_I)^2 - \eta_0^2 - \eta_V^2]; \\ U(0, \theta) &= 0; \\ V(0, \theta) &= -B_0 \beta_0 \cos \theta \eta_V / [(1 + \eta_I)^2 - \eta_0^2 - \eta_V^2], \end{aligned} \quad (2)$$

Рис. 1. Система координат, в которой записано решение Унно.

где B_0 и β_0 — коэффициенты линейного представления функции Планка $B = B_0 (1 + \beta_0 \tau)$; θ — угол между лучом зрения и нормалью к поверхности звезды; τ — оптическая толщина в континууме;

$$\begin{aligned} \eta_I &= 0.5 \eta_p \sin^2 \gamma + 0.25 (\eta_e + \eta_r) (1 + \cos^2 \gamma); \\ \eta_Q &= [0.5 \eta_p - 0.25 (\eta_e + \eta_r)] \sin^2 \gamma; \\ \eta_V &= 0.5 (-\eta_e + \eta_r) \cos \gamma; \end{aligned} \quad (3)$$

γ — угол между лучом зрения и направлением магнитного поля;

$$\begin{aligned} \eta_p &= \eta_0 H(a, v); \\ \eta_e &= \eta_0 H(a, v - v_H); \\ \eta_r &= \eta_0 H(a, v + v_H); \end{aligned} \quad (4)$$

η_0 — отношение поглощения в центре линии к поглощению в континууме; $H(a, v)$ — функция Фойгта;

$$v = (\lambda - \lambda_0) / \Delta \lambda_D; \quad (5)$$

λ_0 — длина волны центра линии; λ — текущая длина волны;

$$\Delta \lambda_D = \sqrt{v_t^2 + 83.81 / \theta} W \lambda / 2.998 \cdot 10^5 \quad (6)$$

— доплеровская полуширина; v_t — турбулентная скорость, км/с; W — атомный вес элемента; $\theta = 5040/T$; T — температура звезды;

$$\begin{aligned} v_H &= \Delta \lambda_H / \Delta \lambda_D; \\ \Delta \lambda_H &= 4.6686 \cdot 10^{-13} \lambda_0^2 H g; \end{aligned} \quad (7)$$

H — напряженность магнитного поля, Гс; g — фактор Ланде;

$$a = \Delta \lambda_s / \Delta \lambda_D; \quad (8)$$

$\Delta\lambda_s$ — полуширина линии, обусловленная недоплеровскими механизмами уширения. Величины λ , λ_0 , $\Delta\lambda_D$, $\Delta\lambda_H$ и $\Delta\lambda_s$ измеряются в ангстремах. В соответствии с нашими намерениями v_t , T , $\Delta\lambda_s$, η_0 , B_0 и β_0 считаем зависящими от координат точки на поверхности звезды.

Каждый магнитный диполь характеризуем его положением (a, b, c) , ориентацией (η, ξ) и магнитным моментом M , причем η и ξ — координаты положительного магнитного полюса на поверхности звезды. Самая трудоемкая работа связана с переходами между различными системами координат (неподвижного наблюдателя, вращающейся звезды, магнитного диполя, решения Унно).

Рассмотрим магнитный диполь, расположенный в начале координат и ориентированный вдоль оси z (рис. 2). Найдем магнитное поле в точке P с координатами (x, y, z) или (r, θ, φ) в прямоугольной и сферической системах. Связь между системами координат дается обычными формулами:

$$\begin{aligned} x &= r \sin \theta \cos \varphi, \\ y &= r \sin \theta \sin \varphi, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} z &= r \cos \theta \\ r &= (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}, \\ \operatorname{tg} \varphi &= y/x; \\ \cos \theta &= z/r. \end{aligned} \quad (10)$$

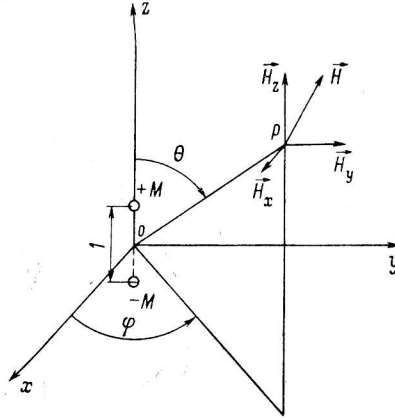


Рис. 2. Система координат магнитного диполя.

Потенциал магнитного диполя

$$U = M \cos \theta / r^2$$

или

$$U = Mz / (x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}. \quad (11)$$

Тогда:

$$\begin{aligned} H_x &= -\frac{\partial V}{\partial x} = 3Mzx (x^2 + y^2 + z^2)^{-5/2}; \\ H_y &= -\frac{\partial V}{\partial y} = 3Mzy (x^2 + y^2 + z^2)^{-5/2}; \end{aligned} \quad (12)$$

$$H_z = -\frac{\partial V}{\partial z} = 3Mz^2 (x^2 + y^2 + z^2)^{-5/2} - M (x^2 + y^2 + z^2)^{-3/2}.$$

Рассмотрим звезду с произвольно ориентированным диполем (рис. 3). $oxuz$ — неподвижная система координат с осью ox , направленной на наблюдателя; P_0 — полюс вращения; $P_H (\eta, \xi)$ — магнитный полюс, $P (\alpha, \delta)$ — произвольная точка на поверхности звезды; P_0B — начальный меридиан; Φ — угол поворота звезды;

$$\Phi = \Omega t; \quad (13)$$

Ω — угловая скорость вращения; t — время.

Вспомним преобразование векторов при повороте системы координат

$$\vec{H}_{\text{нов}} = A \vec{H}_{\text{стар}} \quad (14)$$

и обратно —

$$\vec{H}_{\text{стар}} = A^{-1} \vec{H}_{\text{нов}}. \quad (15)$$

При повороте на угол θ вокруг оси z

$$A = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

Угол между направлением магнитного поля и лучом зрения находим из

$$\cos \gamma = H_x / (H_x^2 + H_y^2 + H_z^2)^{1/2}. \quad (20)$$

Решение Уинно записано в системе координат с вектором \vec{H} , лежащим в плоскости xoz . Таким образом, для перехода в систему, связанную с наблюдателем, нужно повернуть вектор Стокса на некоторый угол 2ψ , величина которого находится из условий

$$\vec{H} = (H_x, H_y, H_z) = (H_x, 0, H'_z > 0).$$

Откуда:

$$H_x^2 + H_y^2 + H_z^2 = H_x^2 + H'_z{}^2; \quad H'_z = (H_y^2 + H_z^2)^{1/2}.$$

Затем:

$$H_y \cos \psi + H_z \sin \psi = 0; \quad H_x \cos \psi - H_y \sin \psi = H'_z; \\ \cos \psi = H_z / H'_z; \quad \sin \psi = -H_y / H'_z.$$

И далее:

$$\cos 2\psi = \cos^2 \psi - \sin^2 \psi; \quad \sin 2\psi = 2 \sin \psi \cos \psi.$$

Т. е. матрица поворота для вектора Стокса имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\psi & -\sin 2\psi & 0 \\ 0 & \sin 2\psi & \cos 2\psi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Удобнее всего интегрирование по поверхности производить в системе координат, жестко связанной со звездой. Разобьем поверхность звезды на $N_\alpha \times N_\delta$ элементов размерами $d\alpha = 2\pi/N_\alpha$, $d\delta = \pi/N_\delta$. Координаты центров элементов:

$$\alpha_i = d\alpha (i - 1) + d\alpha/2; \quad \delta_j = d\delta (j - 1) + d\delta/2; \\ i = 1, 2, \dots, N_\alpha; \quad j = 1, 2, \dots, N_\delta.$$

Элемент поверхности

$$d\sigma = \sin \delta d\alpha d\delta.$$

Из сферического треугольника AP_0P на рис. 3 по теореме косинусов следует

$$\cos \theta = \cos i \cos \delta + \sin i \sin \delta \cos (\Phi + \alpha).$$

Элемент поверхности наблюдаем, если $\cos \theta > 0$. Вращение звезды приводит к смещению спектральной линии, излучаемой отдельным элементом поверхности. Лучевая скорость элемента

$$v_r = v_e \sin i \sin \varphi \sin \theta.$$

Из того же самого сферического треугольника по теореме синусов следует

$$\sin \varphi \sin \theta = \sin \delta \sin (\Phi + \alpha).$$

По описанному выше алгоритму была составлена на алгоритмическом языке АЛГОЛ (транслятор ТА-1М) программа для вычисления вектора Стокса \vec{S}_F излучения в спектральной линии. Далее из компонент вектора Стокса вычислялись обычно наблюдаемые их комбинации $(S-V)/2$, $(S+V)/2$. Для этих величин и полной интенсивности I находились центральные остаточные интенсивности, полуширины и эквивалентные ширины линий. По положению центра тяжести линии в I находилась лучевая скорость v_r , а по разнице центров тяжести в $(I-V)/2$ и $(I+V)/2$ — эффективное магнитное поле $H_{\text{эф}}$.

Тестирование программы производилось при следующих значениях параметров: $W=40$, $\lambda_0=5000$, $g=1$, $\beta_0=5$, $B_0=1$, $v_t=2$, $T=10\,000$, $\Delta\lambda_s=0.001$. Время счета сильно зависит от количества элементов, на которое

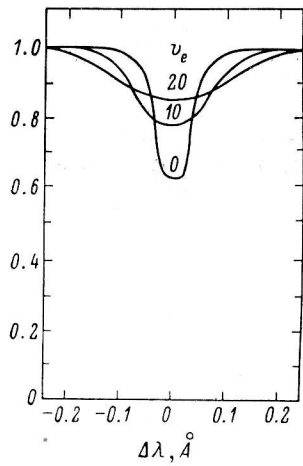


Рис. 4. Профили линии при различных скоростях вращения.

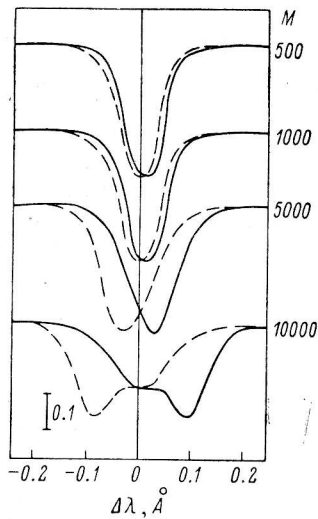


Рис. 7. Параметры $I+V$ (штриховая линия) и $I-V$ (сплошная линия) при различных моментах диполя.

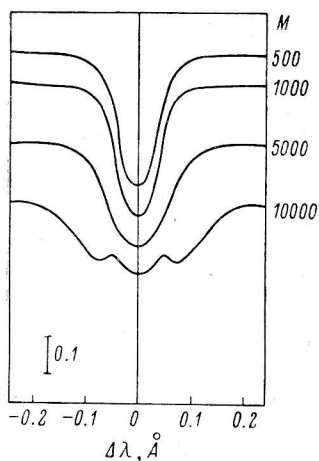


Рис. 5. Параметр I при различных моментах диполя.

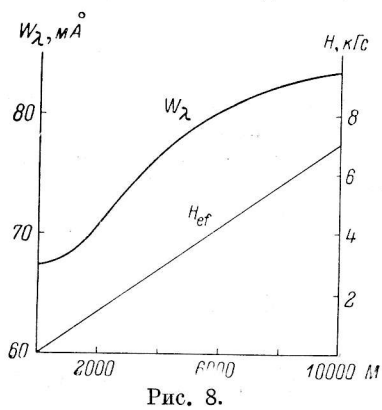


Рис. 8.

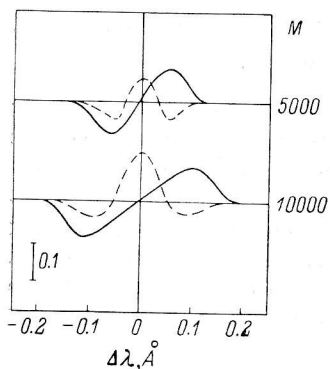


Рис. 6. Параметры V (сплошная линия) и Q (штриховая линия) при различных моментах диполя.

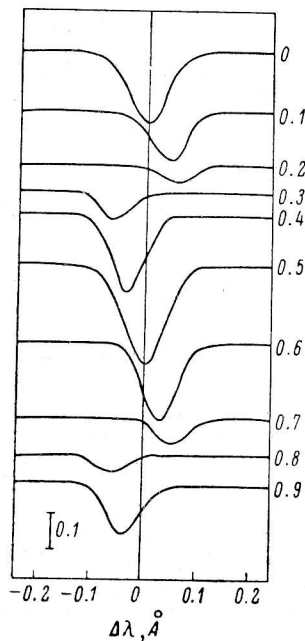


Рис. 9.

разбивается поверхность звезды, хотя большее их количество позволяет описывать более мелкомасштабные неоднородности и вносит меньшие ошибки при интегрировании. Расчеты при $v_e=0$ звезды с однородной поверхностью без магнитного поля для разбиений поверхности 30×15 , 60×30 и 120×60 не привели к заметным различиям в контурах линий, в то время как продолжительность счета увеличилась в 16 раз. Для расчета одной точки по λ требуется время приблизительно 10 с, что приводит к типичному времени, необходимому для расчета одного варианта, около 40 мин.

Перейдем к изложению результатов, полученных с описанной программой. На рис. 4 приведен результат тестирования программы на чувствительность к изменению скорости вращения звезды без магнитного поля и неоднородностей.

На рис. 5—7 приведены параметры I , V и $I \pm V$ при различных значениях магнитного момента диполя, расположенного в центре звезды с осью диполя, лежащей в экваториальной плоскости, при наблюдении со стороны положительного магнитного полюса. Угол наклона $i=90^\circ$. На рис. 8 изображены зависимости W_λ и H_{ef} от величины магнитного момента M . Как и следовало ожидать, H_{ef} зависит от M линейно.

На рис. 9 изображены контуры линии в различные фазы от звезды с неоднородным распределением химического элемента по поверхности, имеющим вид двух пятен с координатами и радиусами $(0, 90, 30^\circ)$ и $(180, 90, 40^\circ)$ соответственно. Звезда наблюдается с экватора и $v_e=10$ км/с. Изменения центральной остаточной интенсивности R_0 , полуширины $\Delta\lambda_{1/2}$, эквивалентной ширины W_λ и лучевой скорости v_r с фазой даются на рис. 10.

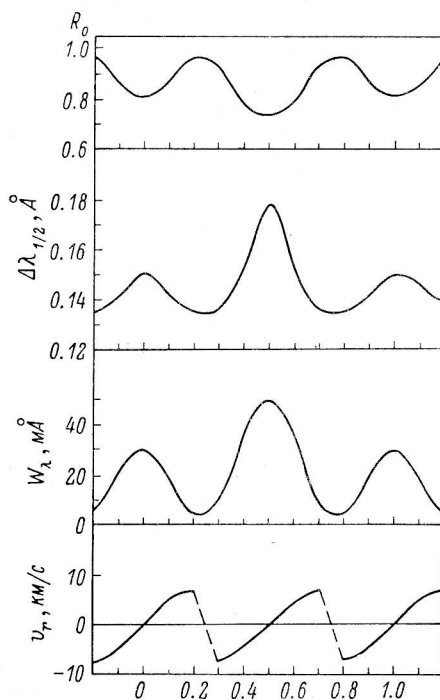


Рис. 10.

На рис. 11 даны контуры линий для незаходящего пятна с параметрами $(0, 30, 30^\circ)$ от звезды с $i=30^\circ$, $v_e=20$ км/с, а на рис. 12 — изменения R_0 , W_λ и v_r с фазой для этого случая.

На рис. 13, 14, 15 приведены параметры I , V , $S \pm V$ при различных фазах от звезды с магнитным диполем, расположенным в центре, с осью, лежащей в экваториальной плоскости и ориентированной положительным магнитным полюсом на наблюдателя в фазе 0.0. Магнитный момент $M=5000$, звезда наблюдается с экватора и $v_e=10$ км/с. Наблюдается типичная для кроссовер-эффекта картина: в фазах вблизи нулевого поля контуры линий в различных поляризациях сильно различаются: в одной узкие и глубокие, а в другой мелкие и широкие. Изменения магнитного поля с фазой приведены на рис. 16.

Рис. 17 иллюстрирует изменения магнитной кривой с изменением угла наклона звезды к лучу зрения. Параметры диполя такие же, как и в предыдущем случае.

На рис. 18 приведена зависимость формы магнитных кривых вблизи максимума магнитного поля от размеров пятна химического состава, расположенного на магнитном полюсе. Параметры диполя те же самые и звезда наблюдается с экватора.

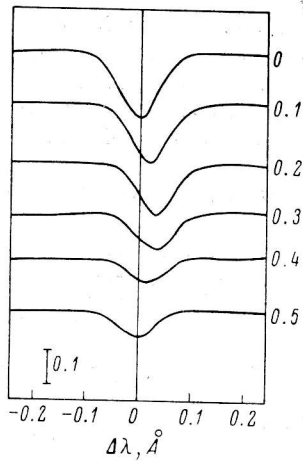


Рис. 11.

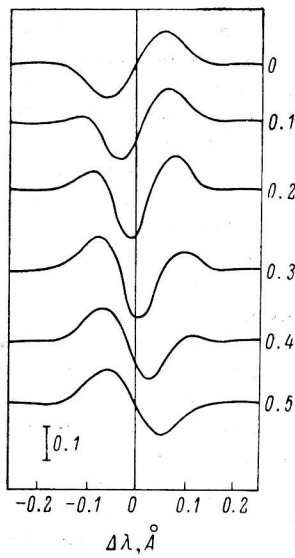


Рис. 14.

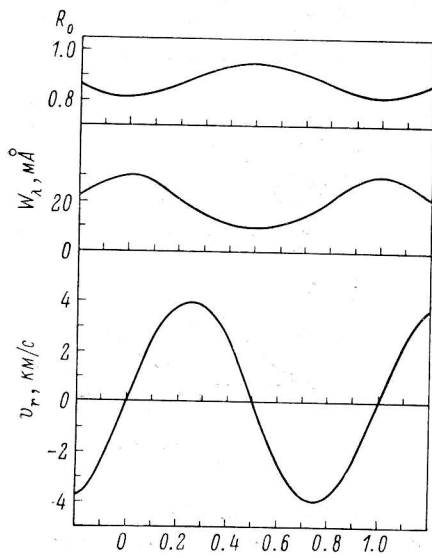


Рис. 12.

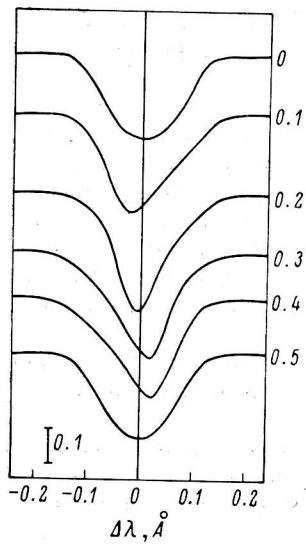


Рис. 13.

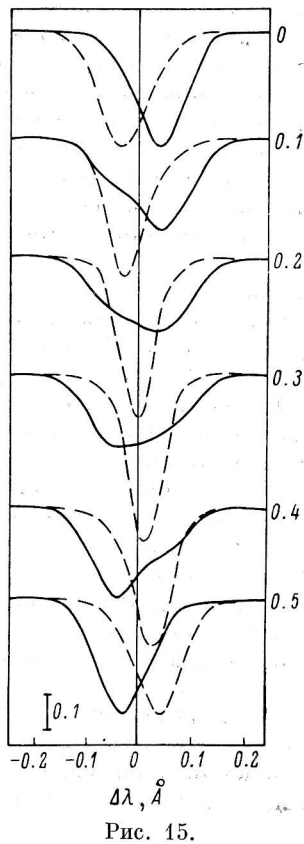


Рис. 15.

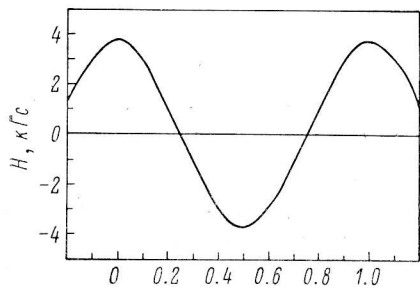


Рис. 16.

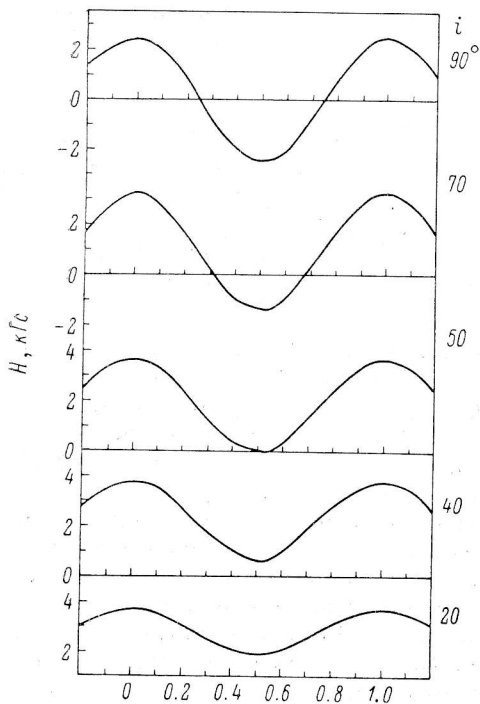


Рис. 17. Изменение магнитного поля при различной ориентации оси вращения звезды.

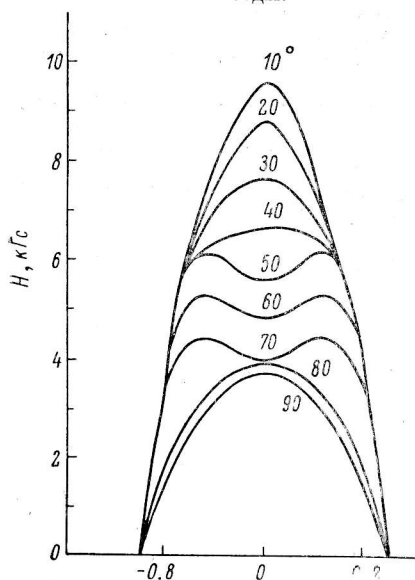


Рис. 18. Изменение магнитного поля в районе максимума в зависимости от радиуса пятна.

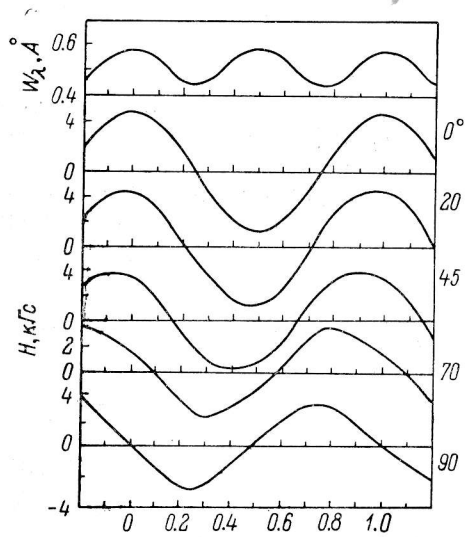


Рис. 19. Изменение магнитного поля при различной ориентации оси магнитного диполя.

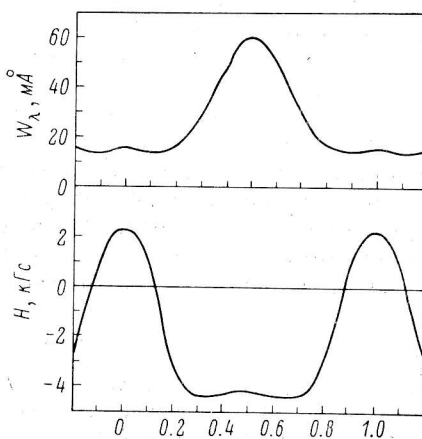


Рис. 20.

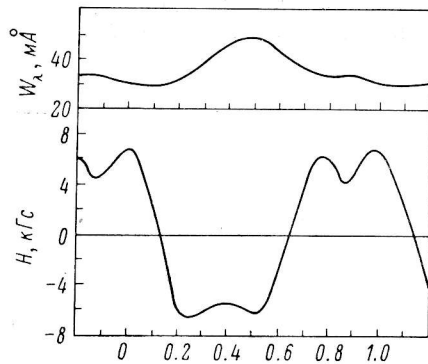


Рис. 21.

Рис. 19 показывает, как изменяется магнитная кривая при изменении угла между магнитной осью и осью, на которой расположены два пятна радиусами 30° .

На рис. 20 приведены кривые изменения W_λ и H_{ef} с фазой от звезды с $i=50^\circ$, $v_e=15$ км/с, двумя пятнами химического состава (0, 130, 50), (0, 50, 50) и магнитным диполем с параметрами такими же, как в предыдущих случаях.

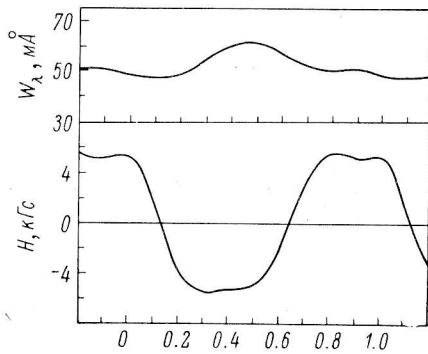


Рис. 22.

Рис. 21 получен для $i=90^\circ$, $v_e=10$ км/с, двух скрещенных диполей

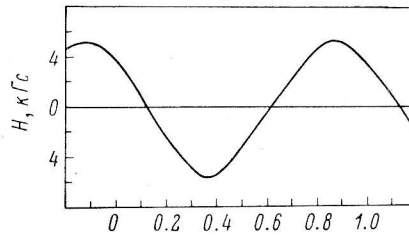


Рис. 23.

в экваториальной плоскости и четырех пятен химического состава, расположенных на магнитных полюсах. Рис. 22 получен для параметров, отличающихся от случая на рис. 21 только наличием ненулевого содержания элемента между пятнами. На рис. 23 приведена магнитная кривая для случая двух диполей с параметрами такими же, как в двух предыдущих случаях, но звезда обладает однородной поверхностью.

Описанная программа имеет большое число независимых параметров, для того чтобы просчитать сетку по всем из них. До настоящего времени сделаны разрезы только по изменениям некоторых из них. Но уже рассчитанные варианты дают контуры линий и кривые изменения W_λ , v_r и H_{ef} , сходные с наблюдаемыми. Нахождение комбинаций параметров, дающих рассчитанные кривые, близкие к наблюдаемым, для конкретных магнитных звезд предполагается провести в будущем.

Список литературы

1. Хохлова В. Л. Звезды типа α^2 Гончих Псов. — В кн.: Эруптивные звезды. Под ред. А. А. Боярчука, Р. Е. Гершберга. М., «Наука», 1970, с. 307—348.
2. Пикельнер С. Б., Хохлова В. Л. Магнитные звезды. — Успехи физ. наук, 1972, 107, № 3, с. 389—404.
3. Preston G. W. Surface characteristics of the magnetic stars. — Publ. Astron. Soc. Pacif., 1971, 83, No 495, p. 571—584.
4. Бэбкок Г. В. Измерения магнитных полей звезд. — В кн.: Методы астрономии. Под ред. В. А. Хилтнера. М., «Мир», 1967, с. 100—116.
5. Чандрасекар С. Перенос лучистой энергии. Пер. с англ. М., 1953. 431 с.
6. Розенберг Г. В. Вектор-параметр Стокса. — Успехи физ. наук, 1955, 56, № 1, с. 77—110.
7. Uno W. Line formation of a normal Zeeman triplet. — Publ. Astron. Soc. Japan, 1956, 8, No 3—4, p. 108—125.